

ระบบควบคุม

Control Systems

มุกิตา สวงษ์จันทร์

ตัวอย่าง



สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยนเรศวร
Naresuan University Publishing House

www.nupress.grad.nu.ac.th

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของสำนักหอสมุดแห่งชาติ
National Library of Thailand Cataloging in Publication Data

มุขिता สงษ์จันทร์.

ระบบควบคุม = Control Systems.-- พิษณุโลก : สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยนเรศวร, 2561.
398 หน้า.

1. การควบคุมอัตโนมัติ. I. ชื่อเรื่อง.

629.8

ISBN 978-616-426-109-9

ISBN (e-book) 978-616-426-110-5

สพ.น. 51

ราคา 380 บาท

พิมพ์ครั้งที่ 1 มิถุนายน พ.ศ. 2561 จำนวนพิมพ์ 300 เล่ม



สงวนลิขสิทธิ์ ตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ พ.ศ. 2537 โดยสำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยนเรศวร ห้ามการลอกเลียนไม่ว่าส่วนใดส่วนหนึ่งของหนังสือเล่มนี้
ไม่ว่าในรูปแบบใด ๆ นอกจากจะได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษรจากสำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยนเรศวร เท่านั้น

ผู้จัดพิมพ์ สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยนเรศวร

มีวางจำหน่ายที่ 1. ศูนย์หนังสือแห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

- สาขา ศาลาพระเกี้ยว กรุงเทพฯ โทร. 0-2218-7000-3
สยามสแควร์ อาคารวิทยุทิศ กรุงเทพฯ โทร. 0-2218-9881, 0-2255-4433
มหาวิทยาลัยนเรศวร จังหวัดพิษณุโลก โทร. 0-5526-0162-5
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จังหวัดนครราชสีมา โทร. 044-216131-2
มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี โทร. 0-3839-4855-9
โรงเรียนนายร้อยพระจุลจอมเกล้า (ร.ร.จปร.) จังหวัดนครนายก โทร. 037-393-023, 037-393-036
จัดสรรจามจุรี กรุงเทพฯ โทร. 0-2160-5301
มหาวิทยาลัยพะเยา โทร. 0-5446-6799, 0-5446-6800
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี โทร. 044-922662-3
สาขาย่อยคณะครุศาสตร์จุฬาฯ โทร. 0-2218-3979
สาขาหัวหมาก โทร. 02-374-1378

2. ศูนย์หนังสือมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ อาคารวิทยบริการ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ 50 ถนนงามวงศ์วาน
แขวงลาดยาว เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10900 โทร. 0-2579-0113

3. ศูนย์หนังสือมหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ อาคารอนุกบประสงค์ ชั้น 1 มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ถนนพระจันทร์
แขวงพระบรมมหาราชวัง เขตพระนคร กรุงเทพฯ 10200 โทร. 0-2613-3899, 0-2623-6493

- สาขา ศูนย์หนังสือมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ จังหวัดเชียงใหม่ โทร. 0-5394-4990-1
ศูนย์หนังสือมหาวิทยาลัยวลัยลักษณ์ จังหวัดสงขลา โทร. 0-7428-2980, 0-74282981
ศูนย์หนังสือมหาวิทยาลัยราชภัฏยะลา จังหวัดยะลา โทร. 0-7329-9980

4. ศูนย์หนังสือมหาวิทยาลัยขอนแก่น 123 หมู่ 16 ถนนมิตรภาพ ตำบลในเมือง อำเภอเมือง จังหวัดขอนแก่น 40000
โทร. 0-4320-2842

5. ศูนย์หนังสือมหาวิทยาลัยมหาสารคาม 41/20 ตำบลขามเรียง อำเภอกันทรวิชัย จังหวัดมหาสารคาม 44150
โทร. 0-4375-4319

กองบรรณาธิการ กองบรรณาธิการจัดทำเอกสารสิ่งพิมพ์ทางวิชาการของสำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยนเรศวร

ออกแบบปก สรญา แสงเย็นพันธ์

ออกแบบรูปเล่ม สัญญา จันทา

พิมพ์ที่ รตนสุวรรณการพิมพ์ 3 30-31 ถนนพญาสิทธิ์ อำเภอเมือง จังหวัดพิษณุโลก 65000 โทร. 0-5525-8101



สำนักพิมพ์นี้เป็นสมาชิกสมาคมผู้จัดพิมพ์
และผู้จำหน่ายหนังสือแห่งประเทศไทย
<http://www.thaibooksociety.com>



พิมพ์บน
กระดาษคุณภาพสูง เพื่อผลงานคุณภาพ
กระดาษต้นฉบับสีเขียว

กรณีต้องการสั่งซื้อหนังสือปริมาณมาก หรือเข้าชั้นเรียนติดต่อได้ที่
ฝ่ายจัดจำหน่ายสำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยนเรศวร

✉ nuph@nu.ac.th 📍 สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยนเรศวร
☎ 0 5596 8833-8836 🐦 nu_publishing



คำนำ

ตำราเล่มนี้จัดทำขึ้นเพื่อใช้ประกอบการเรียนการสอนในรายวิชา 303352 ระบบควบคุม (Control System) ซึ่งอยู่ในกลุ่มวิชาบังคับเฉพาะสาขา ตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขา วิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้าและคอมพิวเตอร์ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

เนื้อหาในตำราเล่มนี้จะกล่าวถึงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบ ฟังก์ชันถ่ายโอน แผนผังบล็อก กราฟการไหลของสัญญาณ แบบจำลองของระบบในโดเมนเวลาและโดเมนความถี่ ผลตอบสนองของระบบพลวัต ผลตอบสนองของระบบอันดับหนึ่งและอันดับสอง การควบคุมวงเปิดและวงปิด การควบคุมแบบป้อนกลับและความไว หลักการและเงื่อนไขของระบบที่มีเสถียรภาพ วิธีทดสอบความมีเสถียรภาพทางเดินราก แผนภาพโพลเด แผนภาพไนควิสต์ ซึ่งเนื้อหาในแต่ละบทได้ถูกจัดทำขึ้นเพื่อให้สอดคล้องกับแผนการสอนและรายละเอียดเนื้อหาวิชาตามที่สภาวิศวกรกำหนด และในตอนท้ายของแต่ละบทจะมีคำถามท้ายบทเพื่อให้ผู้เรียนสามารถทดสอบความเข้าใจจากการนั่งฟังบรรยายในชั้นเรียน และยังเป็นการทบทวนบทเรียนที่ได้เรียนไปแล้วอีกด้วย อย่างไรก็ตามก็หวังว่านักศึกษาจะต้องไปศึกษาหาความรู้เพิ่มเติมด้วยตนเองจากหนังสือที่เกี่ยวกับระบบควบคุมอื่นๆ เพื่อเพิ่มพูนความรู้และเพิ่มแนวทางในการออกแบบและแก้ปัญหาโจทย์ได้ดียิ่งขึ้น

สุดท้ายนี้ผู้เขียนขอขอบพระคุณคณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร เป็นอย่างยิ่ง ที่ให้ความอนุเคราะห์ทุนสนับสนุนในการผลิตตำราเล่มนี้

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มูทิตา สงฆ์จันทร์
ผู้เขียนและผู้เรียบเรียง

สารบัญ

บทที่
01

บทนำ	1
ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับระบบควบคุม	1
องค์ประกอบของระบบควบคุม.....	3
ประเภทของระบบควบคุมแบบป้อนกลับ.....	7
ผลกระทบที่เกิดจากระบบควบคุมแบบป้อนกลับ.....	8
ตัวอย่างของระบบควบคุมแบบป้อนกลับ	13
โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ช่วยในการวิเคราะห์ระบบควบคุม	17
แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 1.....	19

บทที่
02

คณิตศาสตร์พื้นฐานสำหรับระบบควบคุมและฟังก์ชันถ่ายโอน	20
ตัวแปรเชิงซ้อนและฟังก์ชันเชิงซ้อน.....	20
การแปลงลาปลาซ.....	25
ทฤษฎีบทที่สำคัญของการแปลงลาปลาซ.....	27
การแปลงลาปลาซผกผันโดยใช้วิธีการกระจายเศษส่วนย่อยบางส่วน	31
การประยุกต์ใช้การแปลงลาปลาซในการหาผลเฉลยของสมการอนุพันธ์เชิงเส้นทั่วไป.....	46
ฟังก์ชันถ่ายโอน.....	50
การวิเคราะห์โดยใช้โปรแกรมแมตแล็บ.....	63
แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 2.....	70

บทที่
03

แผนผังบล็อกและกราฟการไหลของสัญญาณ	73
แผนผังบล็อก.....	74
กราฟการไหลของสัญญาณ.....	83
แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 3.....	99

บทที่
04

แบบจำลองคณิตศาสตร์ในทางโดเมนเวลา: ปฐมมิตถานะ	113
รูปแบบทั่วไปของปฐมมิตถานะ.....	119
การประยุกต์ใช้ปฐมมิตถานะกับระบบทางกายภาพ	123
การเปลี่ยนรูปฟังก์ชันถ่ายโอนให้อยู่ในรูปปฐมมิตถานะ	132
การเปลี่ยนรูปแบบปฐมมิตถานะให้อยู่ในรูปแบบฟังก์ชันถ่ายโอน.....	142
การทำให้เป็นเชิงเส้น	144
การแปลงรูปแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยใช้แมตแล็บ.....	148
แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 4.....	152

บทที่
05

การวิเคราะห์ผลตอบสนองของชั่วคราวและผลตอบสนองที่สภาวะคงตัว.....	157
ระบบอันดับหนึ่ง.....	160
ระบบอันดับสอง.....	166
การกำหนดนิยามต่างๆ สำหรับผลตอบสนองชั่วคราว.....	176
ผลตอบสนองต่อฟังก์ชันอิมพัลส์ของระบบอันดับสอง.....	189
ระบบอันดับสูงกว่า.....	192
การวิเคราะห์ผลตอบสนองชั่วคราวโดยใช้แมตแล็บ.....	196
แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 5.....	200

บทที่
06

ค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัว.....	205
ค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัวสำหรับระบบป้อนกลับที่มีอัตราขยายการป้อนกลับเท่ากันหนึ่ง.....	209
ค่าคงที่ค่าผิดพลาดสถิตยและชนิดของระบบ.....	217
การระบุรายละเอียดสำหรับค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัว.....	223
ค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัวสำหรับระบบที่มีสัญญาณรบกวน.....	226
ค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัวสำหรับระบบป้อนกลับที่มีอัตราขยายการป้อนกลับไม่เท่ากันหนึ่ง.....	229
ค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัวของระบบในปริภูมิสถานะ.....	234
แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 6.....	240

บทที่
07

เสถียรภาพของระบบ.....	251
เกณฑ์ของรูทซ์ – เฮอร์วิทซ์.....	256
เกณฑ์ของรูทซ์ – เฮอร์วิทซ์: กรณีพิเศษ.....	259
ตัวอย่างเพิ่มเติมสำหรับเกณฑ์ของรูทซ์ – เฮอร์วิทซ์.....	266
แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 7.....	274

บทที่
08

แผนภาพทางเดินราก.....	287
นิยามทางเดินราก.....	292
คุณสมบัติของทางเดินราก.....	296
การวาดทางเดินราก.....	301
การวาดทางเดินรากให้ละเอียดยิ่งขึ้น.....	306
รูปร่างทั่วไปของทางเดินราก.....	324
การวาดทางเดินรากโดยใช้แมตแล็บ.....	326
แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 8.....	331

การวิเคราะห์ผลตอบสนองเชิงความถี่.....	239
แผนภาพโบเด	348
การวาดแผนภาพโบเดโดยใช้แมตแล็บ	364
แผนภาพเชิงขั้ว	366
รูปร่างทั่วไปของแผนภาพเชิงขั้ว	376
การวาดแผนภาพเชิงขั้วโดยใช้แมตแล็บ	380
แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 9	384
บรรณานุกรม	387
ดัชนี	388

ตัวอย่าง

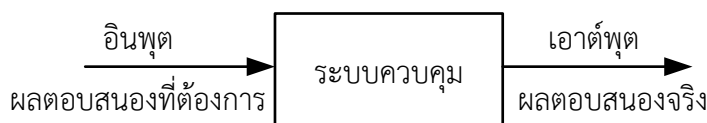
บทที่ 1

บทนำ

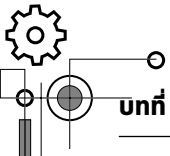
ในช่วงหลายปีที่ผ่านมา ระบบควบคุมได้เข้ามามีบทบาทสำคัญมากขึ้นเรื่อย ๆ ทั้งในเรื่องของการพัฒนาและการเจริญเติบโตของเทคโนโลยีในยุคสมัยใหม่ ซึ่งกิจกรรมของมนุษย์ในทุก ๆ ด้านล้วนแล้วแต่ใช้งานที่เกี่ยวกับระบบควบคุมแทบทั้งสิ้น โดยส่วนมากจะเห็นได้ในทุกส่วนของงานที่เกี่ยวกับอุตสาหกรรม ยกตัวอย่างเช่น ส่วนการควบคุมคุณภาพการผลิต ส่วนของสายงานการประกอบอัตโนมัติ การควบคุมเครื่องกลึงหรือตัดโลหะเป็นรูปต่าง ๆ และยังสามารถเห็นได้ในงานที่เกี่ยวกับเทคโนโลยีทางด้านอวกาศและระบบซีปนาอูธ ระบบการขนส่งและลำเลียง ระบบหุ่นยนต์ เทคโนโลยีนาโน และอีกหลากหลายที่สามารถพบได้ทั่วไป ซึ่งระบบที่กล่าวถึงทั้งหมดนี้ได้มาจากทฤษฎีของการควบคุมอัตโนมัติทั้งสิ้น

ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับระบบควบคุม

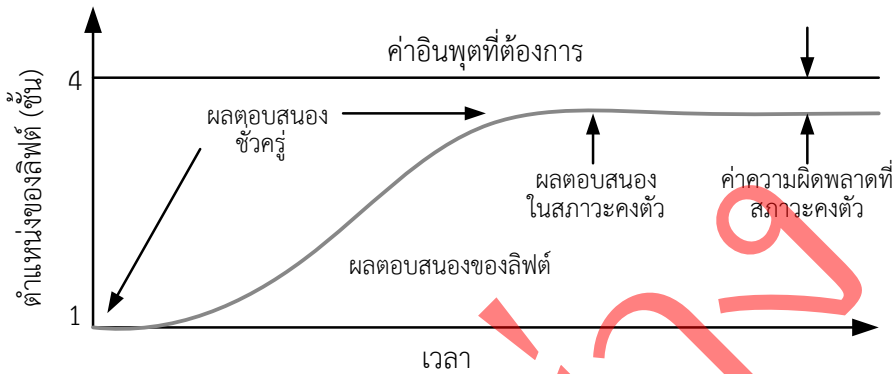
ระบบควบคุมโดยทั่วไปประกอบไปด้วยระบบรอง (Subsystem) และกระบวนการ (Process) ที่นำมาประกอบเข้าด้วยกันเพื่อก่อให้เกิดผลลัพธ์หรือเอาต์พุตที่ต้องการเมื่อป้อนอินพุตเข้าไปค่าใดค่าหนึ่ง โดยในรูปที่ 1.1 แสดงให้เห็นถึงระบบควบคุมที่มีรูปแบบที่ง่ายที่สุดซึ่งเมื่อทำการป้อนอินพุตเข้าไปในระบบ ระบบจะให้ค่าผลลัพธ์ที่ต้องการออกมา



รูปที่ 1.1 รูปแบบอย่างง่ายของระบบควบคุม



ยกตัวอย่างการทำงานของลิฟต์ เมื่อผู้โดยสารที่อยู่ในลิฟต์ในชั้นที่หนึ่งกดแป้นควบคุมหมายเลข 4 ในลิฟต์ ลิฟต์จะเคลื่อนที่ขึ้นไปยังชั้นที่สี่ด้วยความเร็วและหยุดที่ตำแหน่งที่ถูกออกแบบไว้ ซึ่งในที่นี้การกดแป้นควบคุมหมายเลข 4 จะเป็นอินพุตที่แสดงถึงค่าเอาต์พุตหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ โดยกราฟของอินพุตจะแสดงในรูปแบบของฟังก์ชันขั้นบันไดและเอาต์พุตหรือผลการทำงานของลิฟต์แสดงโดยเส้นโค้งผลตอบสนองของลิฟต์ ดังในรูปที่ 1.2



รูปที่ 1.2 ผลตอบสนองของลิฟต์

การวัดผลตอบสนองของระบบควบคุมแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภทหลัก ๆ คือผลตอบสนองชั่วคราว และค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัว ยกตัวอย่างเช่นในกรณีการทำงานของลิฟต์ ความรู้สึกสบายและความอดทนของผู้โดยสารลิฟต์นั้นขึ้นอยู่กับผลตอบสนองชั่วคราว ถ้าผลตอบสนองชั่วคราวมีความเร็วเกินไป ความรู้สึกสบายของผู้โดยสารก็จะหายไป และถ้าผลตอบสนองชั่วคราวช้าเกินไปก็จะทำให้ผู้โดยสารรู้สึกจะต้องอดทนในการเดินทางมากขึ้น สำหรับค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัวก็เป็นผลตอบสนองที่จะต้องคำนึงถึงเช่นกัน เพราะผู้โดยสารจะรู้สึกไม่ปลอดภัยและไม่ได้รับความสะดวกสบายถ้าลิฟต์โดยสารไม่สามารถไปถึงยังชั้นที่ต้องการได้อย่างแม่นยำและเหมาะสม

ก่อนที่จะอธิบายรายละเอียดในเชิงลึกต่อไปเกี่ยวกับระบบควบคุม มีคำศัพท์เกี่ยวกับระบบควบคุมที่ควรจะต้องทำความเข้าใจก่อน

1. ตัวแปรที่ถูกควบคุมและตัวแปรจัดการ (Controlled Variable and Manipulated Variable) ตัวแปรที่ถูกควบคุม คือ ปริมาณหรือเงื่อนไขที่ถูกวัดค่าหรือถูกควบคุม ส่วนตัวแปรจัดการคือปริมาณหรือเงื่อนไขที่ผันแปรโดยตัวควบคุมซึ่งจะมีผลต่อค่าของตัวแปรที่ถูกควบคุม โดยปกติแล้ว ตัวแปรที่ถูกควบคุมจะเปรียบเสมือนเป็นผลลัพธ์หรือเอาต์พุตของระบบ

2. การควบคุม (Control) การควบคุมหมายถึงการวัดค่าของตัวแปรที่ถูกควบคุมของระบบและการป้อนค่าของตัวแปรจัดการเข้าไปในระบบเพื่อปรับแก้หรือจำกัดการเบี่ยงเบนหรือความคลาดเคลื่อนขอค่าที่วัดได้จากค่าที่ต้องการ

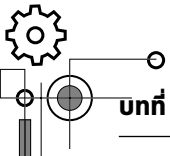
คณิตศาสตร์พื้นฐาน สำหรับระบบควบคุมและฟังก์ชัน ถ่ายโอน

สิ่งหนึ่งที่สำคัญที่สุดในการวิเคราะห์และออกแบบระบบควบคุมคือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบควบคุม งานของวิศวกรระบบควบคุมไม่ใช่เพียงแค่พิจารณาว่าจะอธิบายระบบอย่างไรให้ถูกต้องแม่นยำโดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์แต่ที่สำคัญกว่านั้นคือจะต้องพิจารณาด้วยว่าจะทำอะไรเพื่อให้ได้การประมาณค่าหรือสมมติฐานที่เหมาะสมเพื่อที่จะทำให้ระบบนั้นมีคุณลักษณะที่เหมือนจริงโดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการศึกษาเกี่ยวกับระบบควบคุมนั้นต้องอาศัยคณิตศาสตร์ประยุกต์เป็นสำคัญ และหนึ่งในวัตถุประสงค์หลักของการศึกษาเกี่ยวกับระบบควบคุมคือเพื่อพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิเคราะห์ระบบเพื่อให้ผู้ออกแบบสามารถออกแบบระบบได้อย่างน่าเชื่อถือและเป็นเหตุเป็นผลโดยไม่จำเป็นต้องทำการทดลองอย่างมากมายหรือไม่จำเป็นต้องใช้การจำลองทางคอมพิวเตอร์ที่ใหญ่โตมหึมา

ดังนั้นในบทนี้จะได้กล่าวถึงวิธีการแปลงลาปลาซตลอดจนทฤษฎีและการประยุกต์ใช้ ซึ่งการแปลงลาปลาซถือเป็นเครื่องมือทางคณิตศาสตร์อย่างหนึ่งที่เป็นประโยชน์และสามารถนำมาแก้ปัญหาในระบบควบคุมได้เป็นอย่างดี

ตัวแปรเชิงซ้อนและฟังก์ชันเชิงซ้อน

ก่อนที่จะกล่าวถึงการแปลงลาปลาซในหัวข้อถัดไปจำเป็นต้องทบทวนเรื่องของตัวแปรเชิงซ้อนและฟังก์ชันเชิงซ้อนเสียก่อน รวมไปถึงทฤษฎีบทของออยเลอร์ที่เป็นความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชันไซน์ซอซอดกับฟังก์ชันเลขชี้กำลัง (Exponential)



ตัวแปรเชิงซ้อน

จำนวนเชิงซ้อนประกอบไปด้วยส่วนจริงและส่วนจินตภาพ โดยที่ทั้งสองเทอมนี้เป็นค่าคงที่ แต่ถ้าส่วนจริงหรือส่วนจินตภาพเป็นตัวแปร ปริมาณเชิงซ้อนนี้จะถูกเรียกว่าตัวแปรเชิงซ้อน ในวิธีการแปลงลาปลาซจะใช้สัญลักษณ์ s แทนตัวแปรเชิงซ้อน ซึ่งจะเขียนแสดงได้เป็น

$$s = \sigma + j\omega \quad (2.1)$$

โดยที่ σ แทนส่วนจริง และ ω แทนส่วนจินตภาพ

ฟังก์ชันเชิงซ้อน

ฟังก์ชันเชิงซ้อน $G(s)$ เป็นฟังก์ชันของตัวแปร s

$$G(s) = G_x + jG_y \quad (2.2)$$

เมื่อ G_x และ G_y เป็นจำนวนจริง ขนาดของฟังก์ชันเชิงซ้อน $G(s)$ คือ $\sqrt{G_x^2 + G_y^2}$ และค่ามุมเฟส θ ของฟังก์ชันเชิงซ้อน $G(s)$ คือ $\tan^{-1}(G_y/G_x)$ โดยที่ค่ามุมจะวัดในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาจากแกนจริงทางด้านบวก และค่าสังยุคของฟังก์ชัน $G(s)$ คือ $\bar{G} = G_x - jG_y$

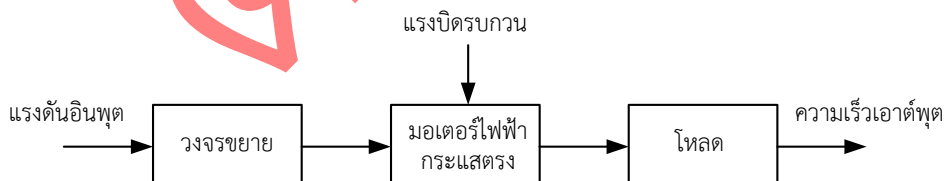
ฟังก์ชันเชิงซ้อน $G(s)$ อาจกล่าวได้ว่าเป็นฟังก์ชันที่สามารถวิเคราะห์ได้ภายในขอบเขตที่กำหนดถ้าค่า $G(s)$ และค่าอนุพันธ์ของมันมีจริงในขอบเขตนั้น ๆ โดยที่ค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $G(s)$ หาได้จาก

$$\frac{d}{ds}G(s) = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{G(s + \Delta s) - G(s)}{\Delta s} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta G}{\Delta s} \quad (2.3)$$

เนื่องจากเทอม $\Delta s = \Delta\sigma + j\Delta\omega$ สามารถมีค่าเข้าใกล้ศูนย์ในหลาย ๆ เส้นทางที่แตกต่างกัน ถ้าค่าอนุพันธ์ของ $G(s)$ ที่สามารถหาได้จากเส้นทางเฉพาะสองเส้นทางซึ่งคือ $\Delta s = \Delta\sigma$ และ $\Delta s = j\Delta\omega$ มีค่าเท่ากันดังนั้นจะทำให้ค่าอนุพันธ์ที่ได้มีค่าเฉพาะสำหรับเส้นทางใด ๆ และสามารถกล่าวได้ว่าค่าอนุพันธ์นั้นมีจริง

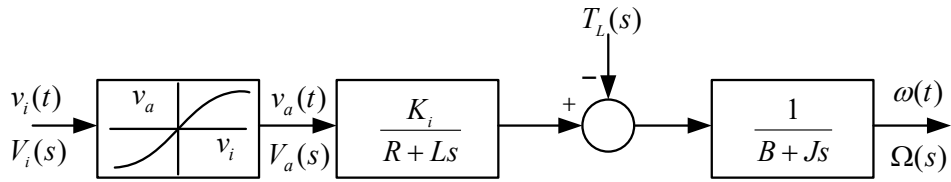
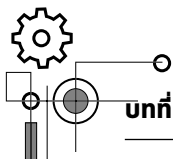
แผนผังบล็อกและกราฟการไหล ของสัญญาณ

เนื่องจากแผนผังบล็อกเป็นแผนภาพที่ใช้แสดงแบบจำลองของระบบได้ทุกชนิดและเป็นแผนภาพอย่างง่ายและมีประโยชน์ในหลาย ๆ ด้าน ดังนั้นวิศวกรควบคุมจึงมักใช้แผนผังบล็อกในการอธิบายระบบ ซึ่งแผนผังบล็อกจะใช้ในการอธิบายองค์ประกอบทั้งหมดรวมถึงการเชื่อมต่อกันของระบบ หรือแผนผังบล็อกเมื่อใช้ร่วมกับฟังก์ชันถ่ายโอน จะใช้เพื่ออธิบายความสัมพันธ์ระหว่างเหตุและผลที่เกิดขึ้นทั่วทั้งระบบ ยกตัวอย่างเช่นในรูปที่ 3.1 แสดงแบบจำลองของระบบวงเปิดที่ควบคุมความเร็วของมอเตอร์กระแสตรง แผนผังบล็อกในกรณีนี้แสดงให้เห็นถึงลักษณะการเชื่อมต่อกันขององค์ประกอบแต่ละตัวของระบบและที่สังเกตได้อย่างชัดเจนคือไม่มีรายละเอียดใด ๆ เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ปรากฏในแผนผังบล็อกนี้ แต่ถ้าทราบความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์และฟังก์ชันของทุก ๆ องค์ประกอบในระบบแล้ว แผนผังบล็อกสามารถถูกนำไปใช้เป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์และคำนวณหาผลเฉลยของระบบได้อีกด้วย



รูปที่ 3.1 แผนผังบล็อกของระบบควบคุมของมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง

ที่มา: เอกสารการอบรมเรื่องระบบควบคุมแบบป้อนกลับ



รูปที่ 3.2 แผนผังบล็อกที่มีฟังก์ชันถ่ายโอนและคุณลักษณะของวงจรรขยาย

โดยทั่วไปแล้วแผนผังบล็อกนี้สามารถใช้แสดงแบบจำลองของระบบเชิงเส้นและระบบไม่เป็นเชิงเส้นได้ด้วย ยกตัวอย่างเช่น ความสัมพันธ์ระหว่างอินพุตและเอาต์พุตของระบบควบคุมมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงที่แสดงในรูปที่ 3.2 จากรูปแสดงให้เห็นว่าแรงดันอินพุตที่ป้อนให้กับมอเตอร์คือเอาต์พุตของวงจรรขยายกำลังซึ่งในความเป็นจริงจะมีคุณลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้น ถ้ามอเตอร์ที่ใช้มีคุณลักษณะเป็นเชิงเส้นหรือมอเตอร์นี้ถูกใช้งานในช่วงการใช้งานที่เป็นเชิงเส้นจะมีความสัมพันธ์ของอินพุตและเอาต์พุตของมอเตอร์สามารถแสดงอยู่ในรูปของฟังก์ชันถ่ายโอนได้อัตราขยายของวงจรรขยายที่ไม่เป็นเชิงเส้นสามารถอธิบายได้ด้วยความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทางเวลา $v_i(t)$ และ $v_o(t)$ แต่จะไม่สามารถหาฟังก์ชันถ่ายโอนที่เป็นความสัมพันธ์ระหว่าง $V_i(s)$ และ $V_o(s)$ ได้ แต่ถ้าขนาดของ $v_i(t)$ ถูกจำกัดอยู่ในช่วงการใช้งานที่เป็นเชิงเส้นของวงจรรขยายจะทำให้วงจรรขยายสามารถถูกพิจารณาเป็นระบบเชิงเส้นและยังสามารถอธิบายได้โดยใช้ฟังก์ชันถ่ายโอนคือ

$$\frac{V_a(s)}{V_o(s)} = K \tag{3.1}$$

เมื่อ K คือ ค่าคงที่ซึ่งคือค่าความชันในช่วงการใช้งานที่เป็นเชิงเส้นของคุณลักษณะของวงจรรขยาย

แผนผังบล็อก (Block Diagram)

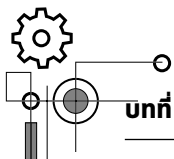
ในบางครั้งระบบควบคุมนั้นประกอบด้วยองค์ประกอบเป็นจำนวนมาก ดังนั้นเพื่อแสดงให้เห็นถึงฟังก์ชันการทำงานของแต่ละองค์ประกอบในระบบควบคุมจะใช้แผนภาพที่เรียกว่าแผนผังบล็อก ซึ่งในหัวข้อนี้จะอธิบายถึงความหมายของแผนผังบล็อกและกระบวนการในการใช้แผนผังบล็อกแทนระบบทางกายภาพต่าง ๆ และเทคนิคในการลดรูปแผนผังบล็อกให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

แบบจำลองคณิตศาสตร์ ในทางโดเมนเวลา: ปฏิภูมิสถานะ

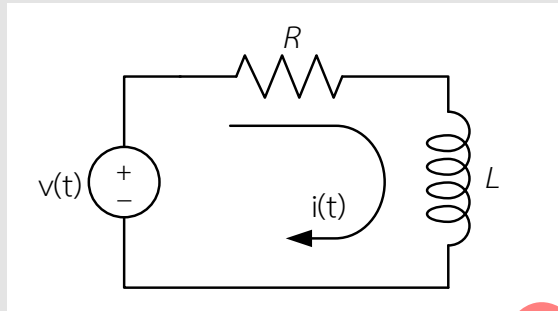
ในการวิเคราะห์และออกแบบระบบควบคุมแบบป้อนกลับนั้น มีวิธีที่เป็นที่นิยมและสามารถใช้ได้อยู่ 2 วิธี วิธีแรกนั้นได้กล่าวไปแล้วในบทที่ 2 ซึ่งเป็นเทคนิคดั้งเดิมหรือที่เรียกว่าเทคนิคในทางโดเมนความถี่ โดยที่เทคนิคนี้จะเปลี่ยนรูปสมการอนุพันธ์ของระบบที่อยู่ในโดเมนเวลาให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันถ่ายโอนซึ่งอยู่ในโดเมนความถี่ และทำให้ได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบในรูปแบบสมการพีชคณิตที่แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างอินพุตกับเอาต์พุตในโดเมนความถี่ แต่เทคนิคดั้งเดิมนี้ก็ยังมีข้อเสีย คือ การประยุกต์ใช้งานที่ค่อนข้างจำกัดเนื่องจากวิธีนี้สามารถประยุกต์ใช้ได้กับระบบเชิงเส้นไม่แปรผันตามเวลาเท่านั้น สำหรับข้อดีของวิธีดั้งเดิมที่สำคัญคือวิธีนี้สามารถแสดงข้อมูลเกี่ยวกับเสถียรภาพและผลตอบสนองชั่วคราวของระบบได้อย่างรวดเร็ว ซึ่งจะทำให้ผู้ออกแบบระบบสามารถเห็นผลที่เกิดขึ้นจากการปรับค่าพารามิเตอร์ของระบบจนกระทั่งได้ค่าที่ต้องการและเป็นที่ยอมรับได้

จนกระทั่งเมื่อมีการค้นพบปฏิภูมิใหม่และการคำนวณในระบบควบคุมมีความซับซ้อนเพิ่มมากขึ้น การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบโดยใช้สมการอนุพันธ์เชิงเส้นไม่แปรผันตามเวลาและฟังก์ชันถ่ายโอนนั้นไม่เพียงพออีกต่อไปแล้ว วิธีปฏิภูมิสถานะ (State Space) เป็นวิธีที่รวบรวมหลาย ๆ วิธีเข้าด้วยกันสำหรับการสร้างแบบจำลอง การวิเคราะห์ และการออกแบบในขอบเขตที่กว้างขึ้น วิธีนี้มักจะถูกเรียกว่าเป็นวิถียุคใหม่หรือวิธีในทางโดเมนเวลา และวิธีนี้ยังสามารถใช้ได้กับระบบที่เงื่อนไขเริ่มต้นไม่เท่ากับศูนย์และระบบที่แปรผันตามเวลาได้เป็นอย่างดี

พิจารณาตัวอย่างสองตัวอย่างต่อไปนี้เพื่อเป็นจุดเริ่มต้นในการสังเกตแนวคิดของวิธีปฏิภูมิสถานะ ซึ่งจะมีขั้นตอนวิธีวิเคราะห์ที่แสดงในแต่ละตัวอย่าง



ตัวอย่างที่ 4.1 พิจารณาวงจร RL ในรูปที่ 4.1 ที่มีค่ากระแสเริ่มต้น $i(0)$



รูปที่ 4.1 วงจร RL

1. กำหนดทิศทางของกระแส $i(t)$ เพื่อใช้ในการเขียนสมการอนุพันธ์และใช้ในการแปลงลาปลาซ
2. เขียนสมการแรงดันที่วงรอบปิดโดยใช้กฎของเคอร์ชอฟ

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = v(t) \quad (4.1)$$

3. ใช้การแปลงลาปลาซกับสมการที่ (4.1) และแทนค่าเงื่อนไขเริ่มต้น

$$L[sI(s) - i(0)] + RI(s) = V(s) \quad (4.2)$$

สมมติให้อินพุต $v(t)$ มีค่าเป็นฟังก์ชันขั้นบันได $u(t)$ ซึ่งผลการแปลงลาปลาซคือ $V(s) = 1/s$ ดังนั้นจะหาค่า $I(s)$ ได้เป็น

$$I(s) = \frac{1}{R} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s + \frac{R}{L}} \right) + \frac{i(0)}{s + \frac{R}{L}} \quad (4.3)$$

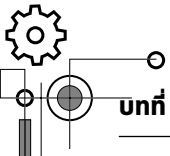
การวิเคราะห์ผลตอบสนองชั่วคราว และผลตอบสนองที่สถานะคงตัว

จากที่กล่าวมาแล้วว่าขั้นตอนแรกในการวิเคราะห์ระบบควบคุมคือต้องเขียนแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบให้ได้ และเมื่อได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบแล้ว ก็จะใช้วิธีการต่าง ๆ ซึ่งมีหลากหลายวิธีในการวิเคราะห์หาสมรรถนะของระบบ

ในการวิเคราะห์และออกแบบระบบควบคุมต้องใช้หลักการพื้นฐานนั่นคือ การเปรียบเทียบกันของพฤติกรรมที่เกิดขึ้นของระบบควบคุมต่าง ๆ โดยหลักการพื้นฐานนี้ทำได้โดยกำหนดสัญญาณอินพุตทดสอบขึ้นมา และโดยการเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบที่ต่างกันสำหรับอินพุตทดสอบเหล่านี้ มาตรฐานในการออกแบบระบบควบคุมส่วนใหญ่จะขึ้นอยู่กับผลตอบสนองต่อสัญญาณอินพุตทดสอบเหล่านี้หรือขึ้นอยู่กับผลตอบสนองของระบบต่อการเปลี่ยนแปลงของเงื่อนไขค่าเริ่มต้น การใช้อินพุตทดสอบพิสูจน์แล้วว่ามีมีความถูกต้อง เพราะเกิดความสัมพันธ์ขึ้นจริงระหว่างผลตอบสนองลักษณะเฉพาะของระบบต่อสัญญาณอินพุตกับความสามารถของระบบในการจัดการกับสัญญาณอินพุตจริง ๆ ที่เข้ามา

ชนิดของสัญญาณทดสอบ

สัญญาณอินพุตทดสอบที่ใช้โดยทั่วไปคือฟังก์ชันขั้นบันได (Step Function) ฟังก์ชันลาดเอียง (Ramp Function) ฟังก์ชันความเร่ง (Acceleration Function) ฟังก์ชันอิมพัลส์ (Impulse Function) ฟังก์ชันไซน์ซอยด์ (Sinusoidal Function) เมื่อใช้สัญญาณทดสอบเหล่านี้ การวิเคราะห์ระบบควบคุมไม่ว่าจะเป็น การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ และการวิเคราะห์จากการทดลองจะสำเร็จได้โดยง่ายเนื่องจากสัญญาณที่ใช้นั้นเป็นฟังก์ชันของเวลาอย่างง่าย



การเลือกสัญญาณอินพุตทดสอบที่จะใช้สำหรับวิเคราะห์คุณลักษณะเฉพาะของระบบจะพิจารณาจากรูปแบบของอินพุตของระบบที่เกิดบ่อยที่สุดภายใต้กระบวนการทำงานปกติ ถ้าอินพุตของระบบควบคุมค่อย ๆ เปลี่ยนแปลงตามเวลา อินพุตในลักษณะฟังก์ชันลาดเอียงจะเป็นตัวเลือกที่ดีที่สุดสำหรับอินพุตทดสอบ ในทำนองเดียวกันถ้าระบบถูกกระตุ้นโดยสัญญาณรบกวนลักษณะทันทีทันใดจะใช้ฟังก์ชันขั้นบันไดเป็นอินพุตทดสอบ เมื่อระบบควบคุมนี้ถูกออกแบบโดยตั้งอยู่บนพื้นฐานของสัญญาณอินพุตทดสอบแล้วนั้น ผลตอบสนองของระบบเมื่อป้อนอินพุตจริง ๆ ก็จะมีค่าเป็นที่น่าพอใจ

เพื่อช่วยให้การวิเคราะห์ระบบในทางโดเมนเวลามีความง่ายขึ้นจะใช้อินพุตทดสอบที่จะกล่าวถึงโดยละเอียดต่อไปนี้

ฟังก์ชันขั้นบันได อินพุตฟังก์ชันขั้นบันไดจะแสดงถึงการเปลี่ยนแปลงอินพุตอ้างอิงแบบทันทีทันใด ยกตัวอย่างเช่น ถ้าอินพุตคือตำแหน่งเชิงมุมของเพลาทางกล อินพุตแบบขั้นบันไดจะหมายถึงการหมุนของเพลาอย่างกะทันหัน สมการทางคณิตศาสตร์ที่แสดงฟังก์ชันขั้นบันไดหรือค่าขนาด R ใด ๆ สามารถเขียนได้เป็น

$$r(t) = \begin{cases} R & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad (5.1)$$

เมื่อ R คือค่าคงที่จำนวนจริงใด ๆ หรืออาจเขียนในรูปแบบ

$$r(t) = Ru_s(t) \quad (5.2)$$

เมื่อ $u(t)$ คือ ฟังก์ชันขั้นบันไดหนึ่งหน่วย ฟังก์ชันขั้นบันไดคือฟังก์ชันของเวลาที่แสดงได้ดังในรูปที่ 5.1(ก) ฟังก์ชันขั้นบันไดนี้มีประโยชน์มากสำหรับการใช้เป็นอินพุตทดสอบเนื่องจากการเปลี่ยนค่าทันทีทันใดของขนาดของสัญญาณที่ตำแหน่งเริ่มต้นแสดงให้เห็นถึงความสามารถในเรื่องความเร็วของระบบที่ตอบสนองต่อค่าอินพุตที่เปลี่ยนแปลงทันทีทันใดได้ดีเยี่ยม และเนื่องจากฟังก์ชันขั้นบันไดนี้ตามหลักการแล้วจะประกอบด้วยช่วงความถี่ของสเปกตรัมที่กว้างซึ่งผลลัพธ์ของสเปกตรัมจะเป็นสัญญาณไม่ต่อเนื่อง ซึ่งเปรียบได้กับการใช้สัญญาณไซน์ชอยด์ในช่วงความถี่ที่กว้าง

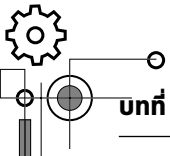
บทที่ 6

ค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัว

จากที่กล่าวมาแล้วในบทที่หนึ่งว่าการวิเคราะห์และออกแบบระบบควบคุมจะมุ่งความสนใจไปที่ข้อกำหนดสามประการ คือ (1) ผลตอบสนองชั่วคราว (2) ความมีเสถียรภาพ (3) ค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัว โดยในบทนี้จะได้กล่าวถึงค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัวซึ่งจะมีการนิยามถึงค่าความผิดพลาดในกรณีต่าง ๆ และการแสดงให้เห็นถึงขั้นตอนวิธีในการควบคุมค่าผิดพลาดที่เกิดขึ้น

นิยามและอินพุตทดสอบ

ค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัวคือค่าความแตกต่างระหว่างอินพุตกับเอาต์พุตสำหรับอินพุตทดสอบเมื่อ t เข้าใกล้ค่าอนันต์ โดยที่อินพุตทดสอบสำหรับการวิเคราะห์และออกแบบค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัวแสดงโดยสรุปในตาราง 6.1



ตาราง 6.1 รูปแบบของอินพุตทดสอบที่ใช้ในการหาค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัว

รูปแบบคลื่น	ชื่อ	ชื่อทางกายภาพ	ฟังก์ชันทางเวลา	การแปลงลาปลาซ
	ขั้นบันได (Step)	ตำแหน่งคงที่ (Constant Position)	1	$\frac{1}{s}$
	ลาดเอียง (Ramp)	ความเร็วคงที่ (Constant Velocity)	t	$\frac{1}{s^2}$
	Parabola (Parabola)	ความเร่งคงที่ (Constant Acceleration)	$\frac{1}{2}t^2$	$\frac{1}{s^3}$

เพื่ออธิบายให้เห็นว่าสัญญาณทดสอบแต่ละสัญญาณนี้มีการใช้งานอย่างไร จะสมมุติให้ระบบควบคุมเป็นการควบคุมตำแหน่งที่ซึ่งเอาต์พุตตำแหน่งที่ได้จะมีค่าตามค่าที่อินพุตตำแหน่งที่ป้อนเข้าไป อินพุตฟังก์ชันขั้นบันไดจะหมายถึงค่าตำแหน่งที่และจะใช้ในการพิจารณาความสามารถของระบบควบคุมต่อค่าตำแหน่งของตัวเองเทียบกับเป้าหมายที่คงที่ ยกตัวอย่างเช่นดาวเทียมที่มีวงโคจรคงที่อยู่บนฟ้า การควบคุมตำแหน่งของสายอากาศเป็นตัวอย่างหนึ่งของระบบที่สามารถทดสอบโดยใช้อินพุตฟังก์ชันขั้นบันไดเพื่อหาค่าความถูกต้องแม่นยำ

สำหรับอินพุตฟังก์ชันลาดเอียงจะแสดงถึงค่าอินพุตความเร็วคงที่ที่ป้อนให้กับระบบควบคุมตำแหน่งโดยมีค่าแอมพลิจูดที่เพิ่มขึ้นแบบเชิงเส้น รูปแบบอินพุตลักษณะนี้จะถูกใช้ในการทดสอบความสามารถของระบบในการติดตามอินพุตที่เพิ่มขึ้นเป็นเชิงเส้นหรือติดตามเป้าหมายแบบความเร็วคงที่ ยกตัวอย่างเช่นระบบควบคุมตำแหน่งที่ใช้ติดตามดาวเทียมที่เคลื่อนที่ข้ามผ่านท้องฟ้าที่ความเร็วเชิงมุมคงที่ค่าหนึ่งจะถูกทดสอบด้วยอินพุตฟังก์ชันลาดเอียงเพื่อใช้ในการหาค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัวระหว่างตำแหน่งเชิงมุมของดาวเทียมกับตำแหน่งเชิงมุมจากระบบควบคุม

อินพุตฟังก์ชันสุดท้ายคือพาราโบลาซึ่งมีค่าอนุพันธ์อันดับสองเป็นค่าคงที่จะแสดงถึงอินพุตความเร่งคงที่ที่ป้อนให้กับระบบควบคุมตำแหน่งและยังแสดงถึงเป้าหมายที่มีความเร่งยกตัวอย่างเช่นจรวดขึ้นฟ้า

บทที่ 7

เสถียรภาพของระบบ

ความมีเสถียรภาพของระบบเป็นสิ่งหนึ่งที่มีความสำคัญมากที่สุดในการพิจารณา ระบบ ถ้าระบบไม่มีเสถียรภาพ จะทำให้ผลตอบสนองชั่วคราวและค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัวมีค่าที่ไม่น่าเชื่อถือ ซึ่งระบบที่ไม่มีเสถียรภาพ จะไม่สามารถถูกออกแบบให้มีค่าผลตอบสนองชั่วคราวและค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัวที่ต้องการได้ มีนิยามมากมายที่ใช้ในการอธิบายความมีเสถียรภาพซึ่งขึ้นอยู่กับประเภทของระบบหรือมุมมองต่าง ๆ โดยที่ในบทนี้จะจำกัดระบบที่พิจารณาคือระบบเชิงเส้นไม่แปรผันตามเวลา

จากที่ได้อธิบายมาในบทก่อน ๆ จะพบว่าเราสามารถควบคุมเอาต์พุตของระบบได้ถ้าผลตอบสนองที่สภาวะคงตัวประกอบด้วยผลตอบสนองบังคับเพียงอย่างเดียว แต่ผลตอบสนองรวมของระบบมักจะเป็นผลรวมจากผลตอบสนองบังคับและผลตอบสนองธรรมชาติ และโดยการใช้หลักการนี้จะนิยามความมีเสถียรภาพ (Stability) ความไม่มีเสถียรภาพ (Instability) และความมีเสถียรภาพอย่างมีขอบเขต (Marginal Stability) ของระบบได้ดังนี้

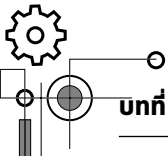
ระบบเชิงเส้นไม่แปรผันตามเวลาจะกล่าวได้ว่า**มีเสถียรภาพ**ถ้าผลตอบสนองธรรมชาติมีค่าเข้าใกล้ศูนย์เมื่อเวลาเข้าใกล้ระยะอนันต์

ระบบเชิงเส้นไม่แปรผันตามเวลาจะกล่าวได้ว่า**ไม่มีเสถียรภาพ**ถ้าผลตอบสนองธรรมชาติมีค่าเติบโตขึ้นอย่างไม่มีขอบเขตเมื่อเวลาเข้าใกล้ระยะอนันต์

ระบบเชิงเส้นไม่แปรผันตามเวลาจะกล่าวได้ว่า**มีเสถียรภาพอย่างมีขอบเขต**ถ้าผลตอบสนองธรรมชาติไม่มีการเติบโตและไม่เสื่อมถอยแต่มีค่าคงที่หรือมีการแกว่งเมื่อเวลาเข้าใกล้ระยะอนันต์

ดังนั้นนิยามของความมีเสถียรภาพชี้ให้เห็นว่ามีเฉพาะผลตอบสนองบังคับเท่านั้นที่ยังคงค่าเดิม ในขณะที่ผลตอบสนองธรรมชาติเข้าใกล้ระยะอนันต์

นิยามเหล่านี้อยู่บนพื้นฐานของคำอธิบายที่เกี่ยวข้องกับผลตอบสนองธรรมชาติ เมื่อพิจารณาผลตอบสนองรวมของระบบจะเป็นการยากมากที่จะแยกผลตอบสนองธรรมชาติและผลตอบสนองบังคับออกจากกัน แต่อย่างไรก็ตามเราทราบว่าถ้าอินพุตมีขอบเขตจำกัดและผลตอบสนองรวมไม่เข้าใกล้ระยะอนันต์เมื่อเวลาเข้าใกล้ระยะอนันต์ ดังนั้นจะได้ผลตอบสนองธรรมชาติมีค่าไม่เข้าใกล้ระยะอนันต์ แต่ถ้าอินพุตมีขอบเขตไม่จำกัดจะทำให้เกิดผลตอบสนอง



รวมที่มีขอบเขตไม่จำกัดด้วยและจะไม่สามารถหาผลลัพธ์เกี่ยวกับความมีเสถียรภาพของระบบได้ ซึ่งจะไม่สามารถบอกได้ว่าผลตอบสนองรวมนี้มีขอบเขตไม่จำกัดเพราะผลตอบสนองบังคับมีขอบเขตไม่จำกัดหรือเพราะผลตอบสนองธรรมชาติมีขอบเขตไม่จำกัด ดังนั้นนิยามสำหรับความมีเสถียรภาพในอีกนัยหนึ่งกล่าวได้ว่า

ระบบจะมีเสถียรภาพถ้าทุก ๆ อินพุตที่มีขอบเขตจำกัดก่อให้เกิดเอาต์พุตที่มีขอบเขตจำกัด

โดยจะเรียกค่ากล่าวที่ว่านี้ว่านิยามอินพุตขอบเขตจำกัดและเอาต์พุตขอบเขตจำกัด (Bounded-Input, Bounded-Output; BIBO) ของเสถียรภาพ

นิยามสำหรับความไม่เสถียรภาพอีกนิยามหนึ่งมาจากผลตอบสนองรวมของระบบ ถ้าอินพุตมีขอบเขตจำกัดแต่ผลตอบสนองรวมมีขอบเขตไม่จำกัดจะทำให้ระบบไม่มีเสถียรภาพเนื่องจากจะสามารถสรุปได้ว่าผลตอบสนองธรรมชาติจะเข้าใกล้ระยะอนันต์เมื่อเวลาเข้าใกล้ระยะอนันต์ ถ้าอินพุตมีขอบเขตไม่จำกัดจะได้ผลตอบสนองรวมที่มีขอบเขตไม่จำกัดด้วยทำให้ไม่สามารถสรุปเกี่ยวกับความมีเสถียรภาพของระบบได้เพราะไม่สามารถระบุได้ว่าผลตอบสนองรวมของระบบที่มีขอบเขตไม่จำกัดนี้เป็นผลมาจากผลตอบสนองบังคับที่มีขอบเขตไม่จำกัดหรือผลตอบสนองธรรมชาติที่มีขอบเขตไม่จำกัด ดังนั้นนิยามความไม่เสถียรภาพของระบบคือ

ระบบจะถูกเรียกว่าเป็นระบบไม่มีเสถียรภาพถ้ามีอินพุตที่มีขอบเขตจำกัดแต่เพียงบางตัวก่อให้เกิดเอาต์พุตที่มีขอบเขตไม่จำกัด

ซึ่งนิยามที่กล่าวมาทั้งหมดนี้จะช่วยในการให้คำนิยามเกี่ยวกับความมีเสถียรภาพอย่างมีขอบเขตที่ซึ่งหมายความว่าระบบจะมีเสถียรภาพสำหรับอินพุตที่มีขอบเขตจำกัดบางตัวและจะไม่มีเสถียรภาพสำหรับอินพุตตัวอื่น ๆ ที่เหลือ ยกตัวอย่างเช่น ถ้าผลตอบสนองธรรมชาติเป็นแบบไม่มีการเสื่อมถอย (undamped) อินพุตสัญญาณไซน์ชอยด์ที่มีขอบเขตจำกัดที่ความถี่เดียวกันนั้นจะก่อให้เกิดผลตอบสนองธรรมชาติที่มีการแกว่งที่มีค่าเพิ่มสูงขึ้น ดังนั้นระบบจะมีเสถียรภาพสำหรับทุก ๆ อินพุตที่มีขอบเขตจำกัดยกเว้นสัญญาณอินพุตในรูปแบบไซน์ชอยด์ ดังนั้นระบบที่มีเสถียรภาพอย่างมีขอบเขตโดยใช้นิยามจากผลตอบสนองธรรมชาติจะถูกพิจารณาเป็นระบบที่ไม่มีเสถียรภาพภายใต้นิยามจากอินพุตขอบเขตจำกัดและเอาต์พุตขอบเขตจำกัด

ดังนั้นจากที่กล่าวมานี้สามารถสรุปนิยามของความมีเสถียรภาพสำหรับระบบเชิงเส้นไม่แปรผันตามเวลาดังนี้เมื่อพิจารณาจากผลตอบสนองธรรมชาติ:

1. ระบบจะมีเสถียรภาพถ้าผลตอบสนองธรรมชาติมีค่าเข้าใกล้ศูนย์เมื่อเวลาเข้าใกล้ระยะอนันต์
2. ระบบจะไม่มีเสถียรภาพถ้าผลตอบสนองธรรมชาติมีค่าเข้าใกล้ระยะอนันต์เมื่อเวลาเข้าใกล้ระยะอนันต์
3. ระบบจะมีเสถียรภาพอย่างมีขอบเขตถ้าผลตอบสนองธรรมชาติมีค่าไม่ลดทอนและไม่สูงขึ้นแต่ยังคงค่าเดิม

หรือมีการแกว่ง

แผนภาพทางเดินราก

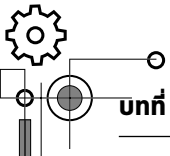
ทางเดินราก (Root Locus) เป็นแผนภาพที่ใช้แสดงตำแหน่งโพลของระบบวงปิดเมื่อค่าพารามิเตอร์ของระบบมีการเปลี่ยนแปลง ซึ่งวิธีทางเดินรากนี้เป็นวิธีที่มีประโยชน์มากในการวิเคราะห์และการออกแบบสำหรับการวิเคราะห์เสถียรภาพและผลตอบสนองชั่วคราวของระบบ ซึ่งระบบควบคุมแบบป้อนกลับโดยส่วนใหญ่จะอธิบายในรูปของสมการทางคณิตศาสตร์ซึ่งทำให้ยากต่อความเข้าใจ ทำให้วิธีการแสดงแผนภาพทางเดินรากที่จะได้กล่าวถึงในบทนี้เป็นเทคนิคที่น่าสนใจเพราะเป็นวิธีที่สามารถอธิบายเกี่ยวกับผลตอบสนองของระบบควบคุมที่ต้องการและยังเป็นวิธีที่สามารถแสดงรายละเอียดที่มากกว่าวิธีอื่น ๆ ที่ได้อธิบายไปก่อนหน้านี้

จากที่ได้อธิบายมาก่อนหน้านี้แล้วนั้นจะพบว่าค่าอัตราขยายและค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของระบบสามารถออกแบบเพื่อให้ได้ผลตอบสนองชั่วคราวที่ต้องการเฉพาะสำหรับระบบอันดับหนึ่งและอันดับสองเท่านั้น ซึ่งวิธีทางเดินรากนี้แม้ว่าจะสามารถใช้แก้ปัญหาได้เหมือนกันแต่วิธีนี้ยังสามารถใช้แก้ปัญหาสำหรับระบบที่มีอันดับมากกว่าสองได้อีกด้วย ยกตัวอย่างเช่นภายใต้เงื่อนไขที่ถูกต้องนั้น ค่าพารามิเตอร์ของระบบอันดับสี่สามารถถูกออกแบบให้ได้ค่าโอเวอร์ชูตและค่าเวลาคงตัวโดยใช้หลักการในบทที่ 5 ได้

วิธีทางเดินรากยังสามารถใช้อธิบายสมรรถนะของระบบเมื่อค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ เกิดการเปลี่ยนแปลง ยกตัวอย่างเช่น ผลกระทบของการเปลี่ยนแปลงค่าอัตราขยายต่อค่าโอเวอร์ชูต ค่าเวลาคงตัว และค่าเวลาที่ผลตอบสนองมีค่าสูงสุดสามารถแสดงให้เห็นได้และสามารถตรวจสอบได้โดยใช้การวิเคราะห์ นอกจากนี้ในเรื่องของการวิเคราะห์ผลตอบสนองชั่วคราวแล้ว ทางเดินรากยังสามารถใช้แสดงถึงเสถียรภาพของระบบได้อีกด้วย ซึ่งจะช่วยให้เห็นช่วงของความมีเสถียรภาพและความไม่มีเสถียรภาพได้อย่างชัดเจน รวมไปถึงเงื่อนไขที่ทำให้ระบบเกิดการแกว่งของสัญญาณ

ก่อนจะนำเสนอวิธีการวิเคราะห์ทางเดินรากนี้ จะต้องทำความเข้าใจเกี่ยวกับระบบควบคุมและจำนวนเชิงซ้อนพร้อมทั้งการเขียนแสดงค่าในรูปแบบของเวกเตอร์เสียก่อน

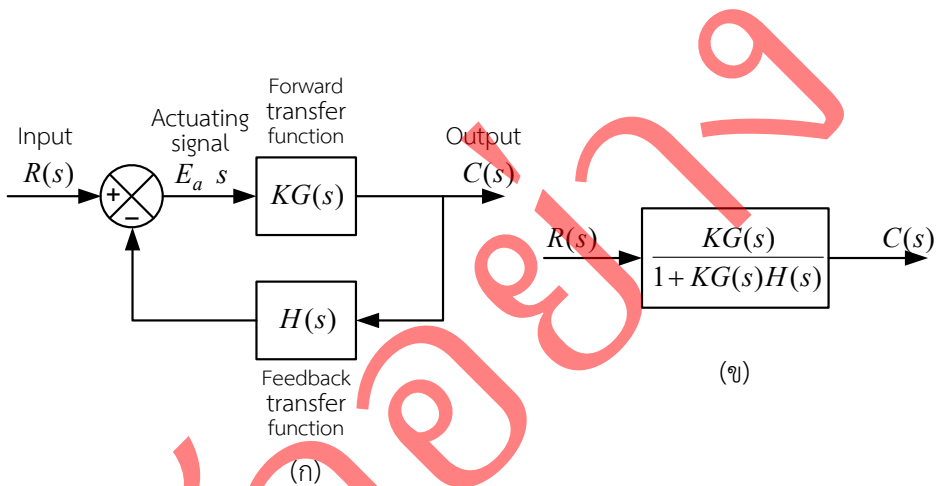
ปัญหาของระบบควบคุม จากการสังเกตระบบควบคุมในบทก่อน ๆ จะพบว่าโพลของฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดจะสามารถหาได้ง่ายกว่าโพลของฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิด ซึ่งโดยทั่วไปแล้วโพลของฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดนี้ จะไม่สามารถหาได้ถ้าไม่ทำการแยกตัวประกอบของสมการพหุนามคุณลักษณะเฉพาะของระบบหรือพหุนามทาง



บทที่ 8 | แผนภาพทางเดินราก

ด้านส่วนของฟังก์ชันถ่ายโอน และนอกจากนั้นโพลของระบบวงปิดจะมีการเปลี่ยนแปลงเมื่อค่าอัตราขยายของระบบเปลี่ยนแปลงไป

พิจารณาระบบป้อนกลับวงปิดโดยทั่วไปที่แสดงในรูปที่ 8.1(ก) ซึ่งฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดสามารถหาได้จาก $KG(s)H(s)$ โดยปกติแล้วเราสามารถหาค่าโพลของ $KG(s)H(s)$ ได้เลยเนื่องจากโพลเหล่านี้ได้มาจากการนำระบบย่อยแต่ละระบบมาต่อเรียงกัน และค่าอัตราขยาย K จะไม่มีผลกระทบต่อตำแหน่งของโพลด้วย แต่ในทางตรงข้าม เราไม่สามารถพิจารณาหาค่าโพลของฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดได้ถ้าไม่ทำการแยกตัวประกอบของพหุนามทางด้านส่วนของ $T(s) = KG(s)/[1 + KG(s)H(s)]$ และจะสังเกตเห็นว่าค่า โพลของ $T(s)$ จะมีการเปลี่ยนแปลงถ้าค่าอัตราขยาย K มีการเปลี่ยนแปลง



รูปที่ 8.1 ระบบควบคุมวงปิด

กำหนดให้

$$G(s) = \frac{N_G(s)}{D_G(s)} \quad (8.1)$$

และ

บทที่ 9

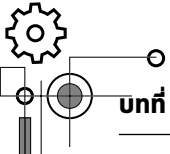
การวิเคราะห์ผลตอบสนอง เชิงความถี่

เทอมของผลตอบสนองเชิงความถี่ (Frequency Response) นั้นจะหมายถึงผลตอบสนองที่สภาวะคงตัวของระบบต่ออินพุตไซน์ซอไซด์ ซึ่งกระบวนการวิธีทางผลตอบสนองเชิงความถี่นั้นจะปรับเปลี่ยนค่าความถี่ของสัญญาณอินพุตในช่วงเวลาที่แน่นอนและศึกษาถึงผลลัพธ์ที่เกิดขึ้น

โดยในบทนี้จะแสดงการวิเคราะห์และออกแบบระบบควบคุมผ่านทางผลตอบสนองเชิงความถี่ ซึ่งข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์ผ่านทางผลตอบสนองเชิงความถี่นี้จะแตกต่างจากที่ได้จากการวิเคราะห์โดยใช้ทางเดินราก โดยในความเป็นจริงนั้นวิธีผลตอบสนองเชิงความถี่และวิธีทางเดินรากเป็นวิธีที่เป็นองค์ประกอบซึ่งกันและกัน ประโยชน์ประการหนึ่งของวิธีผลตอบสนองเชิงความถี่คือสามารถใช้ข้อมูลที่ได้จากการวัดค่าจากระบบทางกายภาพ โดยไม่จำเป็นต้องหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ในการออกแบบระบบควบคุมในทางปฏิบัติโดยส่วนใหญ่จะใช้ทั้งวิธีผลตอบสนองเชิงความถี่และวิธีทางเดินราก ซึ่งทำให้วิศวกรผู้ออกแบบจะต้องทำความเข้าใจกับทั้งสองวิธีนี้ให้เป็นอย่างดี

วิธีผลตอบสนองเชิงความถี่นี้ถูกพัฒนาขึ้นมาในทศวรรษที่ 1930 และ 1940 โดยไนควิสต์ (Nyquist) โบเด (Bode) และนิโคลส์ (Nichols) และคนอื่น ๆ ซึ่งวิธีผลตอบสนองเชิงความถี่นี้มีประโยชน์อย่างมากในทางทฤษฎีการควบคุมรวมถึงทฤษฎีการควบคุมแบบทนทาน (Robust Control)

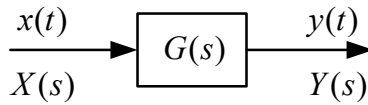
เกณฑ์การมีเสถียรภาพของไนควิสต์สามารถใช้ตรวจสอบได้ทั้งความมีเสถียรภาพสัมบูรณ์ และความมีเสถียรภาพสัมพัทธ์ของระบบวงปิดเชิงเส้นโดยใช้คุณลักษณะเฉพาะของผลตอบสนองเชิงความถี่ของระบบวงเปิด ประโยชน์ของวิธีผลตอบสนองเชิงความถี่คือโดยทั่วไปนั้นการทดสอบโดยใช้ผลตอบสนองเชิงความถี่จะเรียบง่ายและสามารถทำให้ถูกต้องและแม่นยำได้โดยใช้เครื่องกำเนิดสัญญาณไซน์ซอไซด์และอุปกรณ์การวัดค่าที่มีความถูกต้องและได้มาตรฐาน ซึ่งโดยส่วนมากฟังก์ชันถ่ายโอนขององค์ประกอบที่ค่อนข้างซับซ้อนสามารถหาค่าได้จากการทดสอบผลตอบสนองเชิงความถี่ นอกจากนี้แล้ว ประโยชน์ของผลตอบสนองเชิงความถี่ยังสามารถออกแบบให้ผลกระทบที่เกิดจากสัญญาณรบกวนที่ไม่ต้องการหายไปและการวิเคราะห์ในเชิงความถี่นี้ยังนำไปใช้กับระบบไม่เป็นเชิงเส้นได้อีกด้วย



การพิจารณาค่าเอาต์พุตที่สภาวะคงตัวเมื่อป้อนอินพุตไซน์ซวยด์

ต่อไปนี้จะแสดงให้เห็นถึงค่าเอาต์พุตที่สภาวะคงตัวของระบบ ซึ่งฟังก์ชันถ่ายโอนสามารถหาได้โดยตรงจากฟังก์ชันถ่ายโอนไซน์ซวยด์ กล่าวคือ เทอมตัวแปร s ในฟังก์ชันถ่ายโอนจะถูกแทนค่าด้วย $j\omega$ เมื่อ ω คือ ค่าความถี่

พิจารณาระบบเชิงเส้นไม่แปรผันตามเวลาที่มีเสถียรภาพดังแสดงในรูปที่ 9.1 ซึ่งค่าอินพุตและเอาต์พุตของระบบแสดงด้วย $x(t)$ และ $y(t)$ ตามลำดับ และฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบมีค่า $G(s)$ ถ้าอินพุต $x(t)$ เป็นสัญญาณไซน์ซวยด์ จะได้ค่าเอาต์พุตที่สภาวะคงตัวเป็นสัญญาณไซน์ซวยด์ที่มีความถี่เดียวกับสัญญาณอินพุตแต่จะแตกต่างกันที่ขนาดและมุมเฟสของสัญญาณ



รูปที่ 9.1 ระบบเชิงเส้นไม่แปรผันตามเวลาที่มีเสถียรภาพ

กำหนดให้สัญญาณอินพุตมีค่าเป็น

$$x(t) = X \sin \omega t \tag{9.1}$$

สมมติให้ฟังก์ชันถ่ายโอน $G(s)$ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของอัตราส่วนของสมการพหุนามในเทอมตัวแปร s นั่นคือ

$$G(s) = \frac{p(s)}{q(s)} = \frac{p(s)}{(s + s_1)(s + s_2) \cdots (s + s_n)} \tag{9.2}$$

ผลการแปลงลาปลาซของ $y(t)$ ซึ่งคือ $Y(s)$ สามารถเขียนได้เป็น

$$Y(s) = G(s)X(s) = \frac{p(s)}{q(s)} X(s) \tag{9.3}$$



แนะนำหนังสือ กลุ่มวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

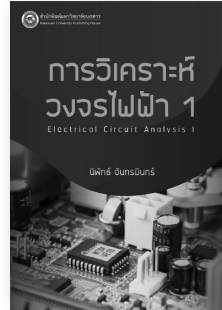


ทฤษฎีการคำนวณ : รูปแบบการคำนวณและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

ผู้แต่ง: ผศ. ดร.พงศ์พันธ์ กิจสนาโยธิน

ปีพิมพ์ : 1/2561

ทฤษฎี มีความสัมพันธ์โดยตรงกับการปฏิบัติ การศึกษาทฤษฎีการคำนวณจึงมีส่วนสำคัญในการเข้าใจการทำงานของคอมพิวเตอร์ โดยทั่วไป เราจะคิดว่าคอมพิวเตอร์เป็นเครื่องจักรที่มีความซับซ้อนและมีการทำงานยุ่งยาก ดังนั้นเมื่อต้องการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนด้วยเครื่องมือที่ซับซ้อนจึงเป็นเรื่องไม่ง่ายหนังสือเล่มนี้นำเสนอรูปแบบที่เข้าใจง่าย ไม่ซับซ้อนสำหรับการอธิบายการทำงานของคอมพิวเตอร์เพื่อใช้ในการกำหนดวิธีการในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนรวบรวมเนื้อหาเรื่องรูปแบบการคำนวณและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง ประกอบด้วย เครื่องสถานะจำกัด นิพจน์พื้นฐาน ไวยากรณ์ที่ไม่มีบริบท เครื่องสถานะจำกัดแบบดัดแปลง และเครื่องจักรทัวริง แต่ละเนื้อหาจะอธิบายทฤษฎีที่เกี่ยวข้องพร้อมทั้งการพิสูจน์ทฤษฎี ตัวอย่างของปัญหา และแนวคิดวิธีการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ



การวิเคราะห์ วงจรไฟฟ้า 1

ผู้แต่ง: ผศ. ดร.นิพัทธ์ จันทรมินทร์

ปีพิมพ์ : 1/2561

ตำราเล่มนี้อธิบายกฎและทฤษฎีต่าง ๆ ที่ใช้วิเคราะห์วงจรไฟฟ้า โดยเรียบเรียงเนื้อหาอย่างเป็นลำดับและเป็นเหตุเป็นผลในแต่ละบทมีตัวอย่างโจทย์ที่แสดงวิธีทำเป็นขั้นตอนซึ่งอธิบายอย่างละเอียดเพื่อให้ผู้อ่านสามารถทำความเข้าใจได้ง่าย รวมทั้งมีแบบฝึกหัดท้ายบทพร้อมคำตอบให้ผู้อ่านได้ฝึกฝนเพื่อเพิ่มทักษะในการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้า ตำราเล่มนี้มีเนื้อหาครบถ้วนตามที่ระบุโดยสภาวิศวกรสำหรับวิชา Electric Circuits ซึ่งเป็นหนึ่งในกลุ่มวิชาพื้นฐานทางวิศวกรรมในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้าของคณะวิศวกรรมศาสตร์ทุกสถาบันการศึกษา เพื่อให้บัณฑิต นักศึกษามีคุณสมบัติครบถ้วนในการขอรับใบประกอบวิชาชีพวิศวกรรมควบคุมในแขนงวิศวกรรมไฟฟ้ากำลัง และในแขนงวิศวกรรมไฟฟ้าสื่อสาร นอกจากนี้ยังสามารถใช้กับรายวิชาในหลักสูตรอื่นที่เรียนพื้นฐานทางวิศวกรรมไฟฟ้าเช่น วิศวกรรมอุตสาหการ วิศวกรรมเครื่องกล วิศวกรรมเคมี และยังเหมาะกับผู้ที่ต้องการศึกษาดูด้วยตนเอง



นาโนเทคโนโลยีเพื่อสิ่งแวดล้อม

ผู้แต่ง: รศ. ดร.พวงรัตน์ ขจิตวิทยานุกุล

ปีพิมพ์ : 1/2557

แนวทางใหม่เชิงรุกการพัฒนาวิทยาการความก้าวหน้าของ
“นาโนเทคโนโลยี” สู่การประยุกต์ใช้ด้านสิ่งแวดล้อม



☎ 0 5596 8833-8836

f สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยนเรศวร

✉ nuph@nu.ac.th