



ทฤษฎีสนามควอนตัม

QUANTUM FIELD THEORY

พีเชฐ วณิชชาพงศ์เจริญ



สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยนเรศวร
Naresuan University Publishing House
www.nupress.grad.nu.ac.th

ข้อมูลทางบรรณานุกรมของสำนักหอสมุดแห่งชาติ

National Library of Thailand Cataloging in Publication Data

พิเชฐ วณิชชาพงศ์เจริญ.

ทฤษฎีสถานมควอนตัม = Quantum Field Theory.--พิษณุโลก: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยนเรศวร, 2564.
536 หน้า.

1. ทฤษฎีสถานมควอนตัม. I. ชื่อเรื่อง.

530.143

ISBN 978-616-426-198-3

ISBN (e-book) 978-616-426-197-6

สพน. 80

ราคา 800 บาท

พิมพ์ครั้งที่ 1 มกราคม พ.ศ. 2564



สงวนลิขสิทธิ์ ตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ พ.ศ. 2537 โดยสำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยนเรศวร ห้ามการลอกเลียนไม่ว่าส่วนใดส่วนหนึ่งของหนังสือเล่มนี้
ไม่ว่าในรูปแบบใด ๆ นอกจากจะได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษรจากสำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยนเรศวร เท่านั้น

ผู้จัดพิมพ์ สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยนเรศวร

มีวางจำหน่ายที่ 1. ศูนย์หนังสือแห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สาขา ศาลาพระเกี้ยว กรุงเทพฯ โทร. 0 2218 7000-3
สยามสแควร์ อาคารวิทยุทิศ กรุงเทพฯ โทร. 0 2218 9881, 0 2255 4433
มหาวิทยาลัยนเรศวร จังหวัดพิษณุโลก โทร. 0 5526 0162-5
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จังหวัดนครราชสีมา โทร. 0 4421 6131-2
มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี โทร. 0 3839 4855-9
โรงเรียนนายร้อยพระจุลจอมเกล้า (ร.ร.จปร.) จังหวัดนครนายก โทร. 0 3739 3023, 0 3739 3036
จัดสรรจามจุรี กรุงเทพฯ โทร. 0 2160 5301
มหาวิทยาลัยพะเยา โทร. 0 5446 6799, 0 5446 6800
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี โทร. 0 4492 2662-3
สาขาย่อยคณะครุศาสตร์จันทบุรี โทร. 0 2218 3979
สาขาหัวหมาก โทร. 0 2374 1378

2. ศูนย์หนังสือมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ อาคารวิทยบริการ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ 50 ถนนงามวงศ์วาน

แขวงลาดยาว เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10900 โทร. 0 2579 0113

3. ศูนย์หนังสือมหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ อาคารอเนกประสงค์ ชั้น 1 มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ถนนพระจันทร์

แขวงพระบรมมหาราชวัง เขตพระนคร กรุงเทพฯ 10200 โทร. 0 2613 3899, 0 2623 6493

สาขา ศูนย์หนังสือมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ จังหวัดเชียงใหม่ โทร. 0 5394 4990-1

ศูนย์หนังสือมหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ จังหวัดสงขลา โทร. 0 7428 2980, 0 7428 2981

ศูนย์หนังสือมหาวิทยาลัยราชภัฏยะลา จังหวัดยะลา โทร. 0 7329 9980

4. สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยนเรศวร บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนเรศวร อาคารมหาธรรมราชา

จังหวัดพิษณุโลก 65000 โทร. 0 5596 8833-8836

กองบรรณาธิการ

ออกแบบปก

ออกแบบรูปเล่ม

พิมพ์ที่

กองบรรณาธิการจัดทำเอกสารสิ่งพิมพ์ทางวิชาการของสำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยนเรศวร

สรญา แสงเย็นพันธ์

สรญา แสงเย็นพันธ์

บริษัท กู๊ดเอด พรินต์ติ้ง แอนด์ แพคเกจจิ้ง กรุ๊ป จำกัด 6/1 นิคมอุตสาหกรรมบางชัน ซอยเสรีไทย 58 แขวงมีนบุรี เขตมีนบุรี กรุงเทพฯ 10510

โทร. 02-136-7042



รับทำ
กระดาษคุณภาพ เพื่อผลงานคุณภาพ
กระดาษงานสายงานวิชาการ

สำนักพิมพ์นี้เป็นสมาชิกสมาคมผู้จัดพิมพ์
และผู้จำหน่ายหนังสือแห่งประเทศไทย
<http://www.thaibooksociety.com>

กรณีต้องการสั่งซื้อหนังสือปริมาณมาก หรือเข้าชั้นเรียนติดต่อได้ที่
ฝ่ายจัดจำหน่ายสำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยนเรศวร

✉ nuph@nu.ac.th

📱 สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยนเรศวร

☎ 0 5596 8833-8836

📧 nu_publishing



LINE @nuph



Facebook nuph

คำนำ

ทฤษฎีสถานควอนตัม (Quantum Field Theory) คือกรอบของทฤษฎีที่อธิบายสนามที่มีสมบัติทางควอนตัม โดยที่สนามคือฟังก์ชันของตำแหน่งในกาลอวกาศ ทฤษฎีสถานควอนตัมได้รับการพัฒนาขึ้นมาเพื่อใช้ทำนายและอธิบายปรากฏการณ์ต่าง ๆ โดยเฉพาะปรากฏการณ์ในระดับมูลฐานในสาขาต่าง ๆ เช่น ฟิสิกส์อนุภาค, ฟิสิกส์สารควบแน่น และ จักรวาลวิทยา เป็นต้น

ผู้เขียนมีความเห็นว่า ไม่ว่าองค์ความรู้ในอนาคตจะได้รับการพัฒนาไปอย่างไร ความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีสถานควอนตัมก็ยังคงมีความสำคัญดังเช่นในอดีตตั้งแต่ช่วงต้นที่วิชานี้ได้รับการคิดค้นขึ้นจนถึงปัจจุบัน และอาจจะยังมีความสำคัญมากขึ้นไปอีกในอนาคต ในปัจจุบันงานวิจัยและนักวิจัยในประเทศไทยที่ใช้พื้นฐานของทฤษฎีสถานควอนตัมยังมีจำนวนน้อย แต่ผู้เขียนคิดว่าส่วนหนึ่งที่สำคัญของการพัฒนาประเทศไทยให้ก้าวหน้าทัดเทียมนานาชาติ จำเป็นต้องมีจำนวนงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีสถานควอนตัมมากขึ้น ผู้เขียนต้องการเป็นส่วนหนึ่งในการช่วยทำเป้าหมายนี้ให้สำเร็จ โดยเริ่มจากการทำให้ผู้ศึกษาชาวไทยที่เข้าใจวิชานี้มีจำนวนมากขึ้น

ผู้ที่ต้องการศึกษาทฤษฎีสถานควอนตัมมักจะต้องข้ามผ่านความยากสองขั้นที่สำคัญ ขั้นแรกคือ ผู้ศึกษาวิชานี้ต้องมีพื้นฐานทางฟิสิกส์ในระดับหนึ่งโดยเฉพาะทางด้านกลศาสตร์ควอนตัมและทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษ ขั้นที่สองคือ แม้ว่าผู้ศึกษาจะมีพื้นฐานทางฟิสิกส์ที่พร้อมจะเริ่มศึกษาทฤษฎีสถานควอนตัมแล้ว การศึกษาทฤษฎีสถานควอนตัมให้เข้าใจ จำเป็นต้องเรียนรู้เนื้อหาและหลักการเพิ่มเติมอีกมากมาย ผู้เขียนมีความคิดเห็นว่า ความยากในขั้นแรกสามารถข้ามผ่านได้โดยง่ายด้วยการเรียนฟิสิกส์ในระดับปริญญาตรีหรือการอ่านหนังสือฟิสิกส์ระดับปริญญาตรีที่เขียนเป็นภาษาไทย แต่การก้าวผ่านความยากในขั้นที่สองยังเป็นสิ่งที่ทำได้ยาก ผู้เขียนเขียนหนังสือเล่มนี้ขึ้นเพื่อช่วยให้ผู้ศึกษาก้าวผ่านความยากขั้นที่สองของการศึกษาทฤษฎีสถานควอนตัม



ส่วนที่ 4 ประกอบด้วยบทที่ 15-17 ซึ่งอธิบายพลศาสตร์ไฟฟ้าเชิงควอนตัม โดยดัดแปลงและประยุกต์ใช้หลักการและวิธีการต่าง ๆ จากส่วนที่ 3 โดยบทที่ 15 อธิบายสูตรต่าง ๆ ที่จะนำไปใช้ในบทต่อ ๆ ไป บทที่ 16 อธิบายกระบวนการกระเจิงต่าง ๆ ซึ่งผลที่ได้สามารถนำไปเทียบได้กับผลการทดลอง บทที่ 17 อธิบายการคำนวณที่จะให้ผลที่แม่นยำขึ้น และอธิบายถึงผลบางประการในเชิงฟิสิกส์

ส่วนที่ 5 ประกอบด้วยบทที่ 18 เพียงบทเดียว บทนี้อธิบายตัวอย่างเส้นทางของการพัฒนาทฤษฎีสนามควอนตัม ในด้านต่าง ๆ ที่ต่อยอดมาจากการอธิบายในหนังสือเล่มนี้ บางส่วนของบทนี้อาจนำไปขยายความเพื่อเป็นประเด็นหลักในหนังสือที่ผู้เขียนจะเขียนขึ้นในอนาคต

ภาคผนวก ก-ข อธิบายประเด็นเสริมสำหรับการคำนวณฟังก์ชัน n จุด ภาคผนวก ค เฉลยโจทย์ปัญหาท้ายบท

หนังสือเล่มนี้มีสรุปท้ายบททุกบท มีโจทย์และเฉลยสำหรับบทที่ 2-17 และสำหรับบทเหล่านี้ยังมีบทย่อที่มีหัวข้อว่า “วิจารณ์ประเด็นสำคัญ” ซึ่งวิจารณ์ประเด็นที่สำคัญ รวมถึงมีแนวเนื้อหาที่ผู้อ่านควรรู้และทำความเข้าใจ (มักขึ้นต้นว่า “เมื่ออ่านบทนี้จบ ผู้อ่านควร...”) นอกจากนี้ยังมีแนวทางว่าผู้อ่านควรมีพื้นฐานใดมาก่อนที่จะอ่านบทต่าง ๆ ในหนังสือเล่มนี้บ้าง ด้วยเครื่องมือเหล่านี้ หนังสือเล่มนี้จึงเหมาะสำหรับให้ผู้อ่านใช้ในการศึกษาด้วยตนเอง หรือนำไปใช้สอนในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องสำหรับ 1-2 ภาคเรียนในระดับบัณฑิตศึกษา

ผู้เขียนขอขอบพระคุณครูบาอาจารย์ทุกท่านที่ประสิทธิ์ประสาทวิชาที่เป็นพื้นฐาน และวิชาที่เกี่ยวข้องโดยตรงกับทฤษฎีสนามควอนตัม

ผู้เขียนขอขอบคุณเพื่อนร่วมงานทุกท่านทั้งในอดีตและปัจจุบัน ณ วิทยาลัยเพื่อการค้นคว้าระดับรากฐาน “สถาบันนักเรียนท่าโพธิ์” (IF) มหาวิทยาลัยนเรศวร โดยเฉพาะ Prof. Dr. Edouard Berge Manoukian, รศ. ดร.บุรินทร์ กำจัดภัย, ผศ. ดร.เสกสรร สุขะเสนา, ผศ. ดร.สิขรินทร์ อยู่คง และ Dr. Sheng-Lan Ko ซึ่งผู้เขียนได้ร่วมอธิบายและแลกเปลี่ยนเรียนรู้ในประเด็นต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีสนามควอนตัม และที่สำคัญ Prof. Dr. Edouard Berge Manoukian ยังเป็นผู้สร้างแรงบันดาลใจให้ผู้เขียนศึกษาทฤษฎีสนามควอนตัมอย่างหมั่นเพียรและให้ลึกซึ้ง

ผู้เขียนขอขอบคุณ นิสิตของ IF ทุกท่านทั้งในอดีตและปัจจุบัน โดยเฉพาะ อ. ดร.จารุณี สอนองคุณ, อ. ดร.ชลธิชา กฤษณ์เพชร, นายอาณาจักร พลจันทิก, นายอมรเทพ ดิตะ, น.ส.ศุจิพัชร จันอุณ, นายสมโภช ไทรเข้มจันทร์, นายราชภัฏ นครจินดา, นายศักดิ์ดิษฐ์ จิตรเพียรคำ, นายมฤเคนทร์ จอมเพชร, นายผดุงเกียรติ กวางแก้ว และ Mr. Candrasyah Muhammad ซึ่งตั้งคำถามที่น่าสนใจและให้ข้อสังเกตในประเด็นต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีสนามควอนตัม



ผู้เขียนกราบขอพระคุณคุณพ่อและคุณแม่ของผู้เขียน ขอคุณน้องชาย รวมทั้งครอบครัวและญาติพี่น้อง สำหรับความรัก, กำลังใจ และ ความเข้าใจ นอกจากนี้ ผู้เขียนยังขอขอบคุณผู้คอยให้กำลังใจ, ความรัก และ ส่งเสริมผู้เขียนในด้านสุขภาพและการใช้ชีวิต

กัณยายน พ.ศ. 2563

สารบัญ

ส่วนที่ 1 ความรู้เบื้องต้น	1
1 บทนำ	3
1.1 ทฤษฎีฟิสิกส์และความเป็นสากล	3
1.2 ทฤษฎีสำหรับอนุภาคเดี่ยวเชิงควอนตัมสัมพัทธภาพ	5
1.3 การอธิบายระบบหลายอนุภาคโดยใช้สนาม	7
1.4 การควอนไทซ์แบบบัญญัติสำหรับสนาม	8
1.5 ปัญหาและการแก้ปัญหาสำหรับกรณีที่มีสนามมีอันตรกิริยา	10
1.6 หน่วยและสัญลักษณ์	12
1.7 สรุปท้ายบท	13
2 ฟังก์ชันคลื่นบนโดเมนของเฮฟไวส์ไต์และฟังก์ชันเดลตาของดิแรค	15
2.1 ฟังก์ชันคลื่นบนโดเมนของเฮฟไวส์ไต์	15
2.2 ฟังก์ชันเดลตาของดิแรค	18
2.3 วิจารณ์ประเด็นสำคัญ	25
2.4 สรุปท้ายบท	25
2.5 โจทย์ปัญหา	25
3 กลศาสตร์ควอนตัมในสัญกรณ์บรา-เค็ต	27
3.1 ปริภูมิฮิลเบิร์ต	27
3.2 ตัวดำเนินการเชิงเส้น	32
3.3 ตัวอย่างของปริภูมิฮิลเบิร์ต	38
3.3.1 ตัวอย่างของปริภูมิฮิลเบิร์ตที่มีจำนวนมิติเป็นจำนวนจำกัด	38
3.3.2 ตัวอย่างของปริภูมิฮิลเบิร์ตที่มีจำนวนมิติเป็นจำนวนอนันต์ที่นับได้	39

VIII

7.2	ความหนาแน่นกระแสความน่าจะเป็น	105
7.3	ภาคตัดขวางเชิงอนุพันธ์	107
7.4	ภาคตัดขวางเชิงอนุพันธ์สำหรับศักย์อ่อน	110
7.5	วิจารณ์ประเด็นสำคัญ	112
7.6	สรุปท้ายบท	113
7.7	โจทย์ปัญหา	114

ส่วนที่ 2 สนามอิสระ 117

8 ทฤษฎีสนามสเกลาร์ 119

8.1	กลศาสตร์ควอนตัมเชิงสัมพัทธภาพสำหรับอนุภาคเดี่ยว	119
8.2	การวิเคราะห์ลากรางจ์สำหรับกลศาสตร์คลาสสิก	122
8.3	แอคชันสำหรับสนามสเกลาร์	123
8.4	ผลเฉลยของสนามสเกลาร์อิสระ	125
8.5	การวิเคราะห์ฮามิลตัน	128
8.6	ทฤษฎีบทของเนอเธอร์	133
8.6.1	กระแสนอร์มัลและประจุนอร์มัล	133
8.6.2	เทนเซอร์พลังงาน-โมเมนตัม	135
8.6.3	ประจุนอร์มัลจากการแปลงลอเรนซ์ที่เหมาะสมและถูกเวลา	140
8.7	การควอนไทซ์แบบบัญญัติ	141
8.8	ตัวแทนในปริภูมิตำแหน่ง	146
8.9	ตัวดำเนินการที่ก่อกำเนิดการแปลงสนามสเกลาร์อิสระ	147
8.10	เหตุกภาพ ความเฉพาะที่ และตัวแผ่กระจาย	149
8.11	วิจารณ์ประเด็นสำคัญ	156
8.12	สรุปท้ายบท	157
8.13	โจทย์ปัญหา	159

9 สมการดิแรก 163

9.1	สมการดิแรกและความหนาแน่นของความน่าจะเป็น	163
9.2	สมบัติของเมทริกซ์แกมมา	165
9.2.1	การเขียนเมทริกซ์ใด ๆ ที่มีขนาด 4×4 โดยใช้เมทริกซ์แกมมา	166
9.2.2	การแยกผลคูณของเมทริกซ์แกมมา	170
9.2.3	สังยุคเฮอร์มิเชียน	173



X

11.10	สรุปท้ายบท	255
11.11	โจทย์ปัญหา	256

ส่วนที่ 3 ทฤษฎีสำหรับสนามสเกลาร์ที่มีอันตรกิริยาในตัว 259

12 แอมพลิจูดการกระเจิง ฟังก์ชัน n จุด และกฎของไฟน์แมน 261

12.1	การควอนไทซ์แบบบัญญัติของทฤษฎีสถานสเกลาร์ที่มีอันตรกิริยาในตัว	261
12.2	สูตรลดรูปแอลเอสแซดสำหรับทฤษฎีสถานสเกลาร์	268
12.3	สนามบรรทัดฐานใหม่และมวลบรรทัดฐานใหม่	279
12.4	สมการไดสัน-ซวิงเกอร์	281
12.5	กฎของไฟน์แมนในปริภูมิตำแหน่ง	282
12.6	การหายไปของแผนภาพลูกอ๊อด	286
12.7	วิจารณ์ประเด็นสำคัญ	288
12.8	สรุปท้ายบท	289
12.9	โจทย์ปัญหา	290

13 การวิเคราะห์ฟังก์ชัน 2 จุด และฟังก์ชันจุดยอด 293

13.1	ลากรางเจียนพจน์ต่ำ	293
13.2	ฟังก์ชัน 2 จุด	299
13.2.1	ฟังก์ชัน 2 จุด ในปริภูมิโมเมนตัม	299
13.2.2	ตัวแทนสเปกตรัมของคาลเลนและลีห์มาน	302
13.2.3	พลังงานในตัว	307
13.3	ฟังก์ชันจุดยอด 3 ขา	318
13.4	ฟังก์ชันจุดยอด 4 ขา	322
13.5	ฟังก์ชัน n จุด เชื่อมต่อในปริภูมิโมเมนตัม	324
13.6	วิจารณ์ประเด็นสำคัญ	326
13.7	สรุปท้ายบท	327
13.8	โจทย์ปัญหา	327

14 แอมพลิจูดการกระเจิงสำหรับการกระเจิงของสองอนุภาค 331

14.1	ฟังก์ชัน 4 จุด และแอมพลิจูดการกระเจิง	331
14.2	ภาคตัดขวางการกระเจิง	335
14.3	วิจารณ์ประเด็นสำคัญ	343



14.4	สรุปท้ายบท	343
14.5	โจทย์ปัญหา	343

ส่วนที่ 4 การวิเคราะห์พลศาสตร์ไฟฟ้าเชิงควอนตัม 345

15 สูตรลดรูปแอลเอสแซดและสมการไดสัน-ซวิงเกอร์สำหรับพลศาสตร์ไฟฟ้าเชิงควอนตัม 347

15.1	แอคชันสำหรับพลศาสตร์ไฟฟ้าสปินเนอร์คลาสสิก	347
15.2	สูตรลดรูปแอลเอสแซดสำหรับสปินเนอร์	349
15.2.1	สปินเนอร์ขาเข้าและขาออก	349
15.2.2	ตัวอย่างการหาสูตรลดรูปแอลเอสแซดสำหรับสนามสปินเนอร์	354
15.2.3	กรณีทั่วไป	358
15.3	สูตรลดรูปแอลเอสแซดสำหรับสนามเกจ	360
15.4	สมการไดสัน-ซวิงเกอร์	363
15.5	รูปแบบปริพันธ์สำหรับสมการไดสัน-ซวิงเกอร์	369
15.6	วิจารณ์ประเด็นสำคัญ	370
15.7	สรุปท้ายบท	370
15.8	โจทย์ปัญหา	371

16 กระบวนการการกระเจิงที่ระดับต้นไม้ 373

16.1	แอมพลิจูดการกระเจิงในอันดับของ e^0	373
16.2	การกระเจิงคอมป์ตัน $e^- \gamma \rightarrow e^- \gamma$	376
16.3	การกระเจิงภาว $e^- e^+ \rightarrow e^- e^+$	386
16.4	การประลัยคู่ $e^- e^+ \rightarrow \gamma \gamma$	393
16.5	การกระเจิงโมลเลอร์ $e^- e^- \rightarrow e^- e^-$	398
16.6	อิเล็กตรอนภายใต้อิทธิพลของสนามเกจภายนอก	400
16.7	วิจารณ์ประเด็นสำคัญ	405
16.8	สรุปท้ายบท	406
16.9	โจทย์ปัญหา	407

17 ฟังก์ชัน n จุด สำหรับพลศาสตร์ไฟฟ้าเชิงควอนตัม 409

17.1	ฟังก์ชัน 2 จุด	409
17.1.1	ฟังก์ชัน 2 จุด สำหรับสปินเนอร์	409
17.1.2	ตัวแทนสเปกตรัมของกาลเลนและลิห์มานสำหรับสปินเนอร์	414

17.1.3	พลังงานในตัวสำหรับอิเล็กทรอนิกส์	415
17.1.4	ฟังก์ชัน 2 จุด สำหรับสนามเกจ	418
17.1.5	ตัวแทนสเปกตรัมของกาลเลนและลีห์มานสำหรับสนามเกจ	421
17.1.6	โพลาริเซชันสัญญาณภาค	422
17.2	ฟังก์ชัน 3 จุด	426
17.3	วิจารณ์ประเด็นสำคัญ	433
17.4	สรุปท้ายบท	433
17.5	โจทย์ปัญหา	434

ส่วนที่ 5 ทิศทางการพัฒนาทฤษฎีสถานควอนตัม 435

18	ตัวอย่างทิศทางการพัฒนาทฤษฎีสถานควอนตัม	437
18.1	วิธีการอื่นในการคำนวณฟังก์ชัน n จุด	437
18.2	ทฤษฎีสถานเกจแบบไม่อาบีเลียน	439
18.3	กลไกฮิกส์	442
18.4	แบบจำลองมาตรฐานของฟิสิกส์อนุภาค	446
18.5	แผนการทำให้เป็นบรรทัดฐานใหม่	453
18.6	ทฤษฎีสตริงและทฤษฎีเอ็ม	454
18.7	สรุปท้ายบท	460

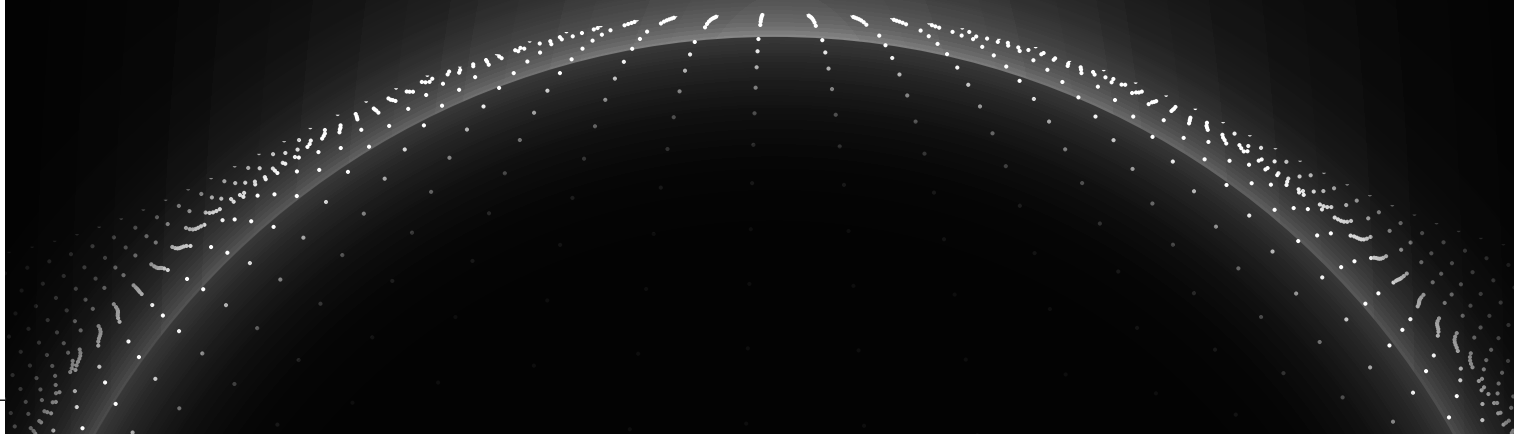
ภาคผนวก 462

ก	อนุพันธ์เทียบเวลาของฟังก์ชัน n จุด	465
ก.1	กรณีที่สนามทั้งหมดเป็นโบซอน	465
ก.2	กรณีทั่วไปซึ่งผสมระหว่างสนามโบซอนและสนามเฟอร์มิออน	468
ข	การใช้สมการไดรังก์-ชวิงเกอร์สำหรับสร้างแผนภาพไฟน์แมน	470
ข.1	ทฤษฎี ϕ^3 โดยใช้สนามเปลือย	470
ข.2	ทฤษฎี ϕ^3 โดยใช้สนามบรรทัดฐานใหม่	473
ค	เฉลยโจทย์ปัญหา	477
ค.1	เฉลยบทที่ 2	477
ค.2	เฉลยบทที่ 3	478
ค.3	เฉลยบทที่ 4	481

XIV

ส่วนที่ 1

ความรู้เบื้องต้น



บทที่

1

บทนำ

1.1 ทฤษฎีฟิสิกส์และความเป็นสากล

ปรากฏการณ์ต่าง ๆ ในทางฟิสิกส์มักอธิบายได้ด้วยหลักการเพียงไม่กี่ข้อ ยกตัวอย่างเช่น ในกลศาสตร์คลาสสิก (classical mechanics) การเคลื่อนที่ของวัตถุอธิบายได้ด้วยกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน กลศาสตร์คลาสสิกเป็นทฤษฎีที่มีความเป็นสากล (universality) เนื่องจากใช้อธิบายวัตถุหรือระบบได้หลากหลาย และทำนายค่าปริมาณทางฟิสิกส์ที่เกี่ยวข้อง เช่น ตำแหน่ง, โมเมนตัม และ พลังงาน ได้อย่างแม่นยำ อย่างไรก็ตาม ความเป็นสากลของกลศาสตร์คลาสสิกยังมีข้อจำกัด กลศาสตร์คลาสสิกใช้ได้กับระบบที่มีขนาดใหญ่กว่าระดับโมเลกุล, ระบบที่อัตราเร็วไม่สูงจนเข้าใกล้อัตราเร็วของแสงในสุญญากาศ และ ระบบที่ความโน้มถ่วงไม่สูงมากจนเกินไป เป็นต้น

หนึ่งในคำถามที่น่าสนใจคือ มีทฤษฎีทางฟิสิกส์ที่มีความเป็นสากลที่ครอบคลุมมากกว่ากลศาสตร์คลาสสิกหรือไม่ หากไม่มีแสดงว่า จะต้องมีทฤษฎีเฉพาะกิจที่สร้างขึ้นเพื่ออธิบายระบบที่กลศาสตร์คลาสสิกอธิบายไม่ได้ หรือหากมี คำถามต่อมาคือทฤษฎีนั้นควรมีลักษณะเป็นอย่างไร จากประวัติศาสตร์ของฟิสิกส์เราทราบว่า มีทฤษฎีดังกล่าวอยู่ และไม่ได้มีอยู่เพียงทฤษฎีเดียว เราทราบมาจากประวัติศาสตร์ของฟิสิกส์เช่นกันว่าทฤษฎีที่มีความเป็นสากลที่ครอบคลุมมากกว่ากลศาสตร์คลาสสิก ไม่ได้ได้มาจากการเพิ่ม ลด หรือแม้กระทั่งแก้ไขกฎเพียงเล็กน้อย ทั้งนี้ เป็นที่เข้าใจได้ว่ากฎในกลศาสตร์คลาสสิกมีความเรียบง่ายอยู่แต่เดิม ดังนั้น การกระทำได้ ที่กล่าวมาจะเป็นการลดขอบเขตของความเป็นสากลแทนที่จะขยายขอบเขตขึ้นตามที่เราต้องการ ที่จริงแล้วทฤษฎีที่ประสบความสำเร็จในการขยายขอบเขตควรได้มาจากการเปลี่ยนกรอบแนวคิดจากทฤษฎีกลศาสตร์คลาสสิก

เราจะกล่าวถึงทฤษฎีตัวอย่างสองทฤษฎีที่ขอบเขตความเป็นสากลครอบคลุมมากกว่ากลศาสตร์คลาสสิก ทฤษฎีแรกคือกลศาสตร์ควอนตัม (quantum mechanics) ซึ่งอธิบายปรากฏการณ์ระดับอะตอมและโมเลกุลได้เป็นอย่างดี นอกจากนี้ เมื่อระบบมีขนาดใหญ่ขึ้นถึงระดับหนึ่ง ผลจากกลศาสตร์ควอนตัมจะลดรูปไปเป็นผลจากกลศาสตร์คลาสสิก ทฤษฎีต่อมาคือทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษ (special relativity) ซึ่งอธิบายระบบ



ที่จริงแล้วทฤษฎีสนามควอนตัมเป็นกรอบทฤษฎี กล่าวคือ มีหลากหลายทฤษฎีที่อธิบายสนามที่มีทั้งสมบัติเชิงควอนตัมและเชิงสัมพัทธภาพ² โดยขึ้นอยู่กับว่าเราต้องการให้ทฤษฎีแต่ละทฤษฎีอธิบายสนามประเภทใดบ้าง ทฤษฎีสนามควอนตัม (เฉพาะที่ใช้กับฟิสิกส์อนุภาค) มีพลศาสตร์ไฟฟ้าเชิงควอนตัม (quantum electrodynamics) รังค์พลศาสตร์ควอนตัม (quantum chromodynamics) แบบจำลองมาตรฐานของฟิสิกส์อนุภาค (standard model of particle physics) เป็นต้น

²ที่จริงแล้ว ทฤษฎีสถานควอนตัมไม่จำเป็นต้องมีสมบัติเชิงสัมพัทธภาพ โดยทฤษฎีลักษณะดังกล่าวมักใช้กับฟิสิกส์สารควบแน่น (condensed matter physics) แต่ทฤษฎีสถานควอนตัมที่ประยุกต์ใช้กับฟิสิกส์อนุภาค (particle physics) จะต้องมีสมบัติเชิงสัมพัทธภาพ ในหนังสือเล่มนี้เราจะกล่าวถึงทฤษฎีสถานควอนตัมในลักษณะนี้เท่านั้น

บทที่

2

ฟังก์ชันขั้นบันไดของเฮฟวิไซด์ และฟังก์ชันเดลตาของดิแรก

ฟังก์ชันขั้นบันไดของเฮฟวิไซด์ (Heaviside step function) และฟังก์ชันเดลตาของดิแรก (Dirac delta function) เป็นฟังก์ชันที่สำคัญซึ่งเราจะได้ใช้บ่อยในหนังสือเล่มนี้ ในบทนี้เราจะนิยามฟังก์ชันทั้งสองนี้, อธิบายการใช้งาน และพิสูจน์สมบัติและเอกลักษณ์ต่าง ๆ

ก่อนอ่านบทนี้ ผู้อ่านควรมีความรู้ในหัวข้อเกี่ยวกับแคลคูลัสเบื้องต้น ได้แก่ ลิมิตของฟังก์ชัน, การหาอนุพันธ์ และการหาปริพันธ์

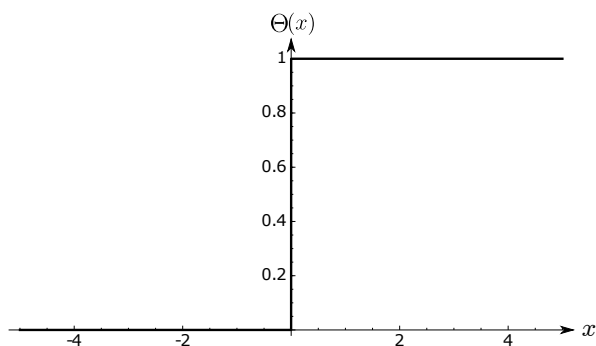
2.1 ฟังก์ชันขั้นบันไดของเฮฟวิไซด์

ฟังก์ชันขั้นบันไดของเฮฟวิไซด์นิยามคือ

$$\Theta(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ \frac{1}{2}, & x = 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

กล่าวคือฟังก์ชันนี้มีค่าเท่ากับ 0 เมื่อ x มีค่าเป็นลบ แต่มีค่าเท่ากับ 1 เมื่อ x มีค่าเป็นบวก ในกรณีที่ x มีค่าเป็นศูนย์ ฟังก์ชันนี้จะมีค่าเท่ากับ $1/2$ ซึ่งเป็นค่ากึ่งกลางระหว่าง 0 กับ 1 อันที่จริงแล้ว $\Theta(0)$ สามารถนิยามได้ด้วยค่าต่าง ๆ เช่น 1 หรือ 0 หรืออื่น ๆ แต่ค่า $1/2$ นั้นเหมาะสมที่สุดสำหรับในขอบเขตที่จะอภิปรายกันในหนังสือเล่มนี้ ทั้งนี้ เนื่องจากเราจะพิจารณาการแปลงฟูเรียร์ (Fourier transformation) ร่วมด้วย ซึ่งค่าของฟังก์ชัน ณ จุดที่ไม่ต่อเนื่อง จะถูกแทนด้วยค่าเฉลี่ยของฟังก์ชัน ณ บริเวณนั้น รูปที่ 2.1 แสดงกราฟของฟังก์ชันขั้นบันไดของเฮฟวิไซด์ ซึ่งจะเห็นได้ว่ามีลักษณะเหมือนขั้นบันไดตามที่ชื่อเรียก

ฟังก์ชันขั้นบันไดของเฮฟวิไซด์นิยามที่เรียบง่าย ซึ่งเราสามารถมองฟังก์ชันนี้เป็นสวิตช์ปิด-เปิดได้ สมมุติว่าในตอนเริ่มต้นเรามีฟังก์ชัน $f_0(x)$ แล้วเราต้องการสร้างฟังก์ชันใหม่คือ $f_1(x)$ ซึ่งมีค่าเท่ากับ $f_0(x)$ เมื่อ $x \geq 0$ แต่มีค่าเท่ากับ 0 เมื่อ $x < 0$ จากการใช้ฟังก์ชันขั้นบันไดของเฮฟวิไซด์ เราจะเห็นได้ว่า ทั้งสองฟังก์ชันนี้

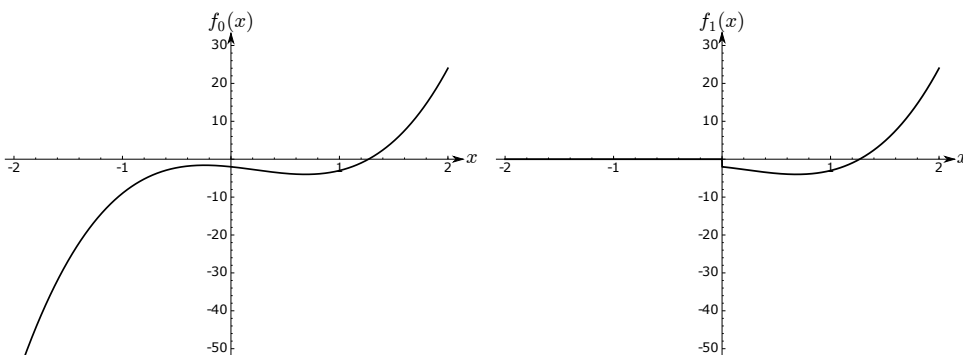


รูปที่ 2.1: ฟังก์ชันขั้นบันไดของเฮฟวิไซด์

เกี่ยวข้องกันตามความสัมพันธ์

$$f_1(x) = f_0(x)\Theta(x) \quad (2.2)$$

การนำฟังก์ชันไปคูณกับ $\Theta(x)$ เป็นการ “ปิด” ทางฝั่งซ้ายของกราฟของฟังก์ชันนั้น โดยการเปลี่ยนค่าของฟังก์ชันในบริเวณนั้นให้เป็นศูนย์ ส่วนทางฝั่งขวาของกราฟนั้นก็ “เปิด” ไว้ดังเดิม ลองพิจารณากรณีตัวอย่างในรูปที่ 2.2 แต่หากเราต้องการเปลี่ยนมาปิดฝั่งขวาแทน จะต้องนำฟังก์ชันนั้นไปคูณกับ $\Theta(-x)$ ซึ่งหน้าตาของกราฟเป็นไปตามที่แสดงไว้ในรูปที่ 2.3 ส่วนรูปที่ 2.4 แสดงตัวอย่างของฟังก์ชัน $f_2(x)$ ซึ่งมีค่าเท่ากับ $f_0(x)$ เฉพาะเมื่อ $x < 0$ แต่มีค่าเท่ากับ 0 สำหรับ $x > 0$



รูปที่ 2.2: ตัวอย่างของฟังก์ชัน $f_0(x)$ และฟังก์ชัน $f_1(x) = f_0(x)\Theta(x)$

เมื่อเข้าใจแนวคิดแล้ว พวกเราลองมาพิจารณากรณีที่มีความซับซ้อนมากขึ้น สมมติว่าเราต้องการ “เปิด” ฟังก์ชัน $f_0(x)$ เฉพาะในช่วง $-1 < x < 0.5$ แต่ “ปิด” ช่วงอื่นไว้ สิ่งที่จะทำเป็นอันดับแรกคือการหาฟังก์ชันตามรูปที่ 2.5 ซึ่งจากการใช้ฟังก์ชันขั้นบันไดของเฮฟวิไซด์ จะพบว่าฟังก์ชันนี้คือ $\Theta(x+1) - \Theta(x-0.5)$ ดังนั้นฟังก์ชันที่เป็นผลมาจากการปิด $f_0(x)$ คือ ฟังก์ชัน $f_3(x) = f_0(x)(\Theta(x+1) - \Theta(x-0.5))$ ซึ่งมีกราฟตามรูปที่ 2.6

อีกหนึ่งตัวอย่างของการประยุกต์ใช้ฟังก์ชันขั้นบันไดของเฮฟวิไซด์ คือการเขียนนิยามของฟังก์ชันบางชนิด

กลศาสตร์ควอนตัม ในสัญกรณ์บรา-เค็ต

ในบทนี้เราจะนำเสนอกลศาสตร์ควอนตัมโดยใช้สัญกรณ์บรา-เค็ต (bra-ket notation) ซึ่งเป็นการอธิบายกลศาสตร์ควอนตัมในอีกรูปแบบหนึ่งที่นอกเหนือจากการอธิบายด้วยฟังก์ชันคลื่น นอกจากนี้สัญกรณ์บรา-เค็ตยังเหมาะกับการนำไปใช้งานในทฤษฎีขั้นสูงต่อไป แหล่งอ้างอิงหลักสำหรับบทนี้คือ [1] ซึ่งเขียนขึ้นโดยดิแรก ผู้นำสัญกรณ์บรา-เค็ต มาใช้เป็นคนแรก การอธิบายในบทนี้จะค่อนข้างขนานไปกับการอธิบายโดยใช้ฟังก์ชันคลื่น แต่เราจะเน้นให้ความสำคัญกับปริภูมิฮิลเบิร์ต (Hilbert space) ซึ่งถือได้ว่าเป็นสถานที่อยู่ของปริมาณที่เรียกว่าเค็ต นอกจากนี้เรายังอภิปรายเนื้อหา อธิบายความหมายของการคำนวณต่าง ๆ ที่สำคัญ พร้อมทั้งยกตัวอย่างพื้นฐานของการนำสัญกรณ์บรา-เค็ต ไปใช้ในการอธิบายระบบเชิงควอนตัมพื้นฐาน โดยเฉพาะตัวแกว่งฮาร์มอนิกเชิงควอนตัม (quantum harmonic oscillator) ซึ่งจะได้นำไปขยายผลต่อไปในหนังสือเล่มนี้

ก่อนอ่านบทนี้ ผู้อ่านควรมีความรู้พื้นฐานในหัวข้อดังนี้

- หัวข้อเบื้องต้นเกี่ยวกับกลศาสตร์ควอนตัม เช่น ฟังก์ชันคลื่น, แอมพลิจูดความน่าจะเป็น, ค่าคาดหวัง, สมการค่าลักษณะเฉพาะ, ตัวแกว่งฮาร์มอนิกเชิงควอนตัม
- หัวข้อเบื้องต้นเกี่ยวกับพีชคณิตเชิงเส้น เช่น ปริภูมิเวกเตอร์, ผลคูณภายใน, ผลรวมเชิงเส้น
- บทที่ 2

3.1 ปริภูมิฮิลเบิร์ต

การอธิบายสถานะเชิงควอนตัมสามารถทำได้โดยใช้ปริมาณซึ่งเรียกว่าเค็ต (ket) ยกตัวอย่างเช่น $|\psi\rangle$ ปริมาณเหล่านี้เป็นสมาชิกของปริภูมิฮิลเบิร์ต ซึ่งอาจกล่าวได้ว่าเป็นปริภูมิเวกเตอร์ที่มีโครงสร้างเพิ่มเติม เช่น โครงสร้างซึ่งสามารถใช้นิยามมุมและความยาวได้ นอกจากนี้ยังมีโครงสร้างอื่น ๆ ที่สำคัญอีก แต่เราจะไม่อภิปรายในรายละเอียดเชิงคณิตศาสตร์ เราจะทำเพียงแค่กล่าวถึงสมบัติบางประการ ผล และแนวคิด ซึ่งพร้อมนำมาใช้โดยตรงในฟิสิกส์

ปริภูมิฮิลเบิร์ตเป็นชุดของสมาชิก เช่น $|\psi\rangle$ เรามักจะเขียนแทนปริภูมิฮิลเบิร์ตด้วยสัญลักษณ์ $\mathcal{H}$ ในฐานะที่ ปริภูมิฮิลเบิร์ตเป็นปริภูมิเวกเตอร์ชนิดหนึ่ง มันจะต้องมีการดำเนินการด้วยสัญลักษณ์คือ $+$ และ $\cdot$ ซึ่งมีสมบัติ ดังต่อไปนี้ โดยที่ $|\psi\rangle, |\phi\rangle, |\chi\rangle$ คือ เค้าใด ๆ ใน $\mathcal{H}$ และ c_1, c_2 คือจำนวนเชิงซ้อนใด ๆ ใน $\mathbb{C}$

- สมบัติปิดของการบวก : $|\phi\rangle + |\psi\rangle \in \mathcal{H}$
- สมบัติปิดของการคูณสเกลาร์ : $c_1 \cdot |\psi\rangle \in \mathcal{H}$ อันที่จริงแล้วโดยทั่วไปเราจะละสัญลักษณ์ $\cdot$ ดังนั้นเราจะ เขียนการคูณสเกลาร์เพียง $c_1|\psi\rangle \in \mathcal{H}$
- การมีเวกเตอร์ศูนย์¹ $0 \in \mathcal{H}$ โดยที่ $0 + |\psi\rangle = |\psi\rangle + 0 = |\psi\rangle$
- การคูณด้วย $1 \in \mathbb{C}$: $1|\psi\rangle = |\psi\rangle$
- สมบัติผกผันของการบวก : สำหรับเค้าใด ๆ เช่น $|\psi\rangle \in \mathcal{H}$ ปริภูมิฮิลเบิร์ตจะต้องมีสมาชิก $-|\psi\rangle \in \mathcal{H}$ ด้วย โดยที่ $|\psi\rangle + (-|\psi\rangle) = (-|\psi\rangle) + |\psi\rangle = 0$
- สมบัติการสลับที่ของการบวก : $|\psi\rangle + |\phi\rangle = |\phi\rangle + |\psi\rangle$
- สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการบวก : $|\psi\rangle + (|\phi\rangle + |\chi\rangle) = (|\psi\rangle + |\phi\rangle) + |\chi\rangle$
- สมบัติการเปลี่ยนหมู่สำหรับการคูณด้วยสเกลาร์ : $(c_1 c_2)|\psi\rangle = c_1(c_2|\psi\rangle)$
- สมบัติการกระจายสำหรับการบวกเวกเตอร์ : $c_1(|\psi\rangle + |\phi\rangle) = c_1|\psi\rangle + c_1|\phi\rangle$
- สมบัติการกระจายสำหรับการคูณสเกลาร์ : $(c_1 + c_2)|\psi\rangle = c_1|\psi\rangle + c_2|\psi\rangle$

เรากล่าวว่าเซต $\{|\psi_1\rangle, |\psi_2\rangle, \dots, |\psi_n\rangle\}$ มีความเป็นอิสระเชิงเส้น (linearly independent) หากสมการ

$$a_1|\psi_1\rangle + a_2|\psi_2\rangle + \dots + a_n|\psi_n\rangle = 0 \quad (3.1)$$

มีผลเฉลยเดียวคือ $a_1 = a_2 = \dots = a_n = 0$ สมมุติว่าเรามีเซต $\{|\phi_1\rangle, |\phi_2\rangle, \dots, |\phi_m\rangle\}$ ซึ่งมีความเป็น อิสระเชิงเส้น โดยที่เค้าใด ๆ ใน $\mathcal{H}$ สามารถเขียนเป็นผลรวมเชิงเส้น (linear combination) ของเค้าในเซตนี้ ได้ กล่าวคือ มีจำนวนเชิงซ้อน $a_1, a_2, \dots, a_m \in \mathbb{C}$ ซึ่ง

$$|\psi\rangle = a_1|\phi_1\rangle + a_2|\phi_2\rangle + \dots + a_m|\phi_m\rangle \quad (3.2)$$

สำหรับ $|\psi\rangle$ ใด ๆ ใน $\mathcal{H}$ ในกรณีนี้เราได้ว่า $\mathcal{H}$ มี m มิติ นอกจากนี้เราเรียกเซต $\{|\phi_1\rangle, |\phi_2\rangle, \dots, |\phi_m\rangle\}$ ว่าเป็นฐานหลัก (basis) ของ $\mathcal{H}$ อันที่จริงแล้วเราสามารถสร้างฐานหลักอื่น ๆ ได้อีก แต่ไม่ว่าจะเป็นฐานหลัก

¹เรามักจะเขียนแทนเวกเตอร์ศูนย์ด้วยสัญลักษณ์ 0 แต่จะไม่แทนด้วยสัญลักษณ์ $|0\rangle$ ซึ่งมักใช้อธิบายสถานะพื้นในทางควอนตัม นอกจากนี้ $|\psi\rangle + |0\rangle \neq |\psi\rangle$

การแปลงฟูเรียร์

การแปลงฟูเรียร์เป็นการแปลงที่มีประโยชน์มากสำหรับฟิสิกส์ทฤษฎี เราจะได้้นำการแปลงฟูเรียร์มาใช้ประโยชน์หลายครั้งในหนังสือเล่มนี้ ในบทนี้เราจะเน้นกล่าวถึงนิยามและสมบัติเบื้องต้นของการแปลงฟูเรียร์ และนอกจากจะกล่าวถึงนิยามของการแปลงฟูเรียร์ในหนึ่งมิติแล้ว ยังกล่าวถึงการขยายผลไปกรณีที่มีจำนวนมิติสูงขึ้น

ก่อนอ่านบทนี้ หากผู้อ่านมีความรู้ในหัวข้อเกี่ยวกับการแปลงฟูเรียร์มาก่อน จะเป็นประโยชน์มาก เนื่องจากบทนี้เป็นการสรุปความรู้บางส่วนของบทก่อนๆ แต่ไม่ได้ลงรายละเอียดสำหรับผู้เริ่มอ่านหัวข้อนี้

4.1 นิยามและสมบัติ

ผู้อ่านอาจเคยพบการใช้การแปลงฟูเรียร์มาแล้วในระหว่างที่ศึกษาทฤษฎีควอนตัมก่อนอ่านหนังสือเล่มนี้ ตัวอย่างเช่น การแปลงฟูเรียร์ใช้อธิบายการแปลงระหว่างฟังก์ชันคลื่นในปริภูมิพิกัด (coordinate-space wave function) $\psi(x)$ กับฟังก์ชันคลื่นในปริภูมิโมเมนตัม (momentum-space wave function) $\tilde{\psi}(p)$

ในหนังสือเล่มนี้เราจะใช้การแปลงฟูเรียร์ในรูปแบบดังนี้

$$\tilde{f}(k) = \int_{-\infty}^{\infty} dx e^{-ikx} f(x) \quad (4.1)$$

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} e^{ikx} \tilde{f}(k) \quad (4.2)$$

อันที่จริงแล้วเราควรเรียกสองสมการนี้ตามลำดับว่า การแปลงฟูเรียร์ และการแปลงฟูเรียร์ผกผัน แต่ในหนังสือเล่มนี้เราจะเรียกโดยรวมว่าการแปลงฟูเรียร์ สมการที่ (4.1) และ (4.2) นั้น อธิบายการแปลงฟูเรียร์ระหว่างปริภูมิ x และปริภูมิ k สำหรับการประยุกต์ใช้ในหนังสือเล่มนี้ เรามักจะใช้ปริภูมิ x ในการอธิบายพิกัดในอวกาศหรือในเวลา ในขณะที่ปริภูมิ k มักจะใช้อธิบายปริภูมิโมเมนตัมหรือปริภูมิความถี่ (เชิงมุม)

ในหนังสือเล่มนี้เราจะใช้สัญนิยมซึ่งใช้สัมประสิทธิ์ $1/(2\pi)$ สำหรับปริพันธ์ในปริภูมิ k แต่ใช้สัมประสิทธิ์เป็น 1 สำหรับปริพันธ์ในปริภูมิ x อันที่จริงแล้วก็มีสัญนิยมอื่นสำหรับการแปลงฟูเรียร์เช่นกัน แต่เราจะไม่ใช้

การแปลงลอเรนซ์

ในเนื้อหาของวิชาทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษนั้น การแปลงลอเรนซ์ (Lorentz transformation) คือ การแปลงพิกัดระหว่างกรอบอ้างอิงเฉื่อยสองกรอบ ซึ่งการจะเรียกการแปลงพิกัดลักษณะใดว่าการแปลงลอเรนซ์นั้น การแปลงดังกล่าวจะต้องมีสมบัติที่เหมาะสม กล่าวคือ เมื่อแปลงจากกรอบหนึ่งไปอีกรอบหนึ่ง กฎทางฟิสิกส์และอัตราเร็วของแสงในสุญญากาศจะต้องไม่เปลี่ยนแปลง การใช้การแปลงลอเรนซ์เป็นสิ่งที่ขาดไม่ได้สำหรับ ทฤษฎีสันนาม ควอนตัม ทั้งนี้ เนื่องจากทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษเป็นพื้นฐานที่สำคัญในการศึกษาทฤษฎีสันนามควอนตัม ในบทนี้เราจะศึกษาสมบัติต่าง ๆ ของการแปลงลอเรนซ์ และอธิบายว่าการแปลงลอเรนซ์เหนี่ยวนำให้เกิดการแปลงในลักษณะใดสำหรับสถานะเชิงควอนตัม

ก่อนอ่านบทนี้ ผู้อ่านควรมีความรู้ในหัวข้อเบื้องต้นเกี่ยวกับทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษ เช่น สัญกรณ์ดัชนี, กาลอวกาศมินคอฟสกี, สัญนิยมผลรวมของไอน์สไตน์, เวกเตอร์สี่ (4-vector), เวกเตอร์ไทม์ไลค์ (time-like vector), เวกเตอร์สเปซไลค์ (space-like vector) และ เวกเตอร์ขนาดศูนย์ (null vector) นอกจากนี้ ผู้อ่านควรมีความรู้ในหัวข้อเบื้องต้นเกี่ยวกับพีชคณิตเชิงเส้น เช่น ปริภูมิเวกเตอร์, ผลคูณภายใน, เมทริกซ์, เมทริกซ์ผกผัน, เมทริกซ์สลับเปลี่ยน (transpose of a matrix), ดีเทอร์มิแนนต์, สังกะยัศน์เฮิร์มิตเซียน ฯลฯ

5.1 กรุปลอเรนซ์

หนังสือเล่มนี้จะอธิบายเกี่ยวกับสันนามควอนตัมบนกาลอวกาศมินคอฟสกี (Minkowski spacetime) โดยที่เราสามารถเขียนพิกัดของกาลอวกาศนี้ได้ในรูปแบบ $(x^\mu) = (x^0, \vec{x})$ โดยที่ x^0 คือพิกัดของเวลา ในขณะที่ $\vec{x}$ คือ เวกเตอร์ซึ่งอธิบายตำแหน่งในอวกาศ เราเขียนอธิบายตำแหน่งในอวกาศในอีกลักษณะหนึ่งได้เป็น x^i

ในการอธิบายปริมาณเวกเตอร์ เมทริกซ์ และเทนเซอร์บนกาลอวกาศมินคอฟสกีนั้น เราสามารถพูดถึงปริมาณเหล่านี้โดยอาศัยองค์ประกอบของแต่ละปริมาณ เช่น เมทริกซ์ M มีองค์ประกอบคือ $M_{\mu\nu}$ เราจะเรียกเมทริกซ์นี้ว่า $M_{\mu\nu}$ แทนที่จะเรียกว่า M ซึ่งการเขียนในลักษณะนี้เป็นการใช้สัญกรณ์ดัชนี (index notation)

ในหนังสือเล่มนี้เราจะกำหนดให้เมตริก (metric) มี ซิกเนเจอร์ (signature) เป็น $(- + + +)$ กล่าวคือ



เราสามารถเขียนเมตริกได้ในรูปของเมตริกซ์ (matrix) ดังนี้

$$\eta = (\eta_{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

เราจะเขียนองค์ประกอบของเมตริกซ์ผกผันของเมตริกซ์นี้โดยใช้สัญลักษณ์ $\eta^{\mu\nu}$ ดังนี้

$$\eta^{-1} = (\eta^{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

เนื่องจากเมตริกซ์ $\eta^{\mu\nu}$ เป็นเมตริกซ์ผกผันของ $\eta_{\mu\nu}$ จะได้ว่า

$$\sum_{\nu=0}^3 \eta_{\mu\nu} \eta^{\nu\rho} = \delta_{\mu}^{\rho} \quad (5.3)$$

โดยที่ δ_{μ}^{ρ} คือองค์ประกอบของเมตริกซ์เอกลักษณ์ กล่าวคือ

$$(\delta_{\mu}^{\nu}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

หรืออาจกล่าวได้ว่า

$$\delta_{\mu}^{\nu} = \begin{cases} 1, & \mu = \nu, \\ 0, & \mu \neq \nu \end{cases} \quad (5.5)$$

เราเรียก δ_{μ}^{ν} ว่า โครเนกเกอร์เดลตา (Kronecker delta)

จากนี้เป็นต้นไป เราจะใช้สัญนิยมผลรวมของไอน์สไตน์ (Einstein summation convention) นั่นคือในแต่ละพจน์หากมีดัชนีหนึ่งปรากฏซ้ำสองครั้ง โดยที่อยู่ด้านบนครั้งหนึ่งและอยู่ด้านล่างอีกครั้งหนึ่ง จะเป็นที่ยอมรับว่ามีการบวกสำหรับทุกค่าที่เป็นไปได้ของดัชนีนั้น ยกตัวอย่างเช่น เราสามารถเขียนสมการที่ (5.3) ได้เป็น

$$\eta_{\mu\nu} \eta^{\nu\rho} = \delta_{\mu}^{\rho} \quad (5.6)$$

การแปลงลอเรนซ์คือการแปลงพิกัดในรูปแบบดังนี้

$$x'^{\mu} = \Lambda^{\mu}_{\nu} x^{\nu} \quad (5.7)$$

บทที่

6

แนวคิดพื้นฐานสำหรับฟังก์ชันของกรีน

ในการศึกษาระบบต่าง ๆ ในฟิสิกส์นั้น ฟังก์ชันของกรีนเป็นเครื่องมือหนึ่งที่มีประโยชน์ ในทางฟิสิกส์นั้น ฟังก์ชันของกรีนใช้ในการศึกษาการตอบสนองของระบบต่อปัจจัยภายนอก นอกจากนี้ ฟังก์ชันของกรีนยังบ่งบอกถึงสมบัติของระบบอีกด้วย ในบทนี้เราจะศึกษาการหาฟังก์ชันของกรีนสำหรับระบบตัวอย่าง อภิปรายการใช้เครื่องมือที่มักนิยมใช้เพื่อหาฟังก์ชันของกรีน อันได้แก่ การแปลงฟูเรียร์และการวิเคราะห์เชิงซ้อน และเราจะอภิปรายถึงความหมายเชิงฟิสิกส์ของฟังก์ชันของกรีนสำหรับระบบที่เราพิจารณา

ก่อนอ่านบทนี้ ผู้อ่านควรมีความรู้พื้นฐานในหัวข้อดังนี้

- หัวข้อเบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนเชิงซ้อน เช่น การบวก ลบ คูณ หาร จำนวนเชิงซ้อน
- บทที่ 2 และ บทที่ 4

6.1 การวิเคราะห์การแกว่งเชิงฮาร์มอนิกอย่างง่ายที่มีแรงภายนอกมากระทำ

พิจารณาวัตถุมวล m วางอยู่บนพื้นที่ไม่มีความเสียดทาน และผูกติดกับสปริงที่มีค่าคงตัวของสปริงคือ k ปลายอีกข้างหนึ่งของสปริงติดกับผนัง ในตอนแรกระบบอยู่ในภาวะสมดุล กล่าวคือวัตถุอยู่นิ่ง หลังจากนั้นจึงมีแรงภายนอก $F(t)$ กระทำต่อวัตถุ ดังนั้น การเคลื่อนที่ของวัตถุสามารถอธิบายได้จากสมการ

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = F(t) \quad (6.1)$$

สามารถมองได้ว่า การกระจัดของวัตถุจากจุดสมดุลซึ่งอธิบายด้วย $x(t)$ นั้น เป็นการตอบสนองของระบบต่อแรงภายนอก

สมการที่ (6.1) เป็นตัวอย่างหนึ่งของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญแบบไม่เอกพันธ์ (non-homogeneous



ordinary differential equation) ซึ่งผลเฉลยใด ๆ สามารถเขียนได้ในรูปแบบ

$$x(t) = x_c(t) + x_p(t) \quad (6.2)$$

โดยเราเรียก $x(t)$ ว่าผลเฉลยทั่วไป (general solution) ซึ่งเป็นผลรวมของ $x_c(t)$ ซึ่งเป็นผลเฉลยเติมเต็ม (complementary solution) และ $x_p(t)$ ซึ่งเป็นผลเฉลยเฉพาะ (particular solution) โดย $x_c(t)$ สอดคล้องกับส่วนเอกพันธ์ของสมการที่ (6.1) กล่าวคือ

$$m\ddot{x}_c(t) + kx_c(t) = 0 \quad (6.3)$$

ในขณะที่ $x_p(t)$ สอดคล้องกับสมการที่ (6.1) ซึ่งหากเราทราบเพียงผลเฉลยเดียวของสมการที่ (6.1) เราก็สามารถนำมาใช้เป็นผลเฉลยเฉพาะได้เสมอ รูปแบบหนึ่งของ $x_p(t)$ ที่ใช้งานได้ดีคือ

$$x_p(t) = \int_{-\infty}^{\infty} dt' G(t-t')F(t') \quad (6.4)$$

โดยเราเรียก $G(t-t')$ ว่าเป็นฟังก์ชันของกรีน (Green's function) ดังนั้น

$$x(t) = x_c(t) + \int_{-\infty}^{\infty} dt' G(t-t')F(t') \quad (6.5)$$

เมื่อนำสมการที่ (6.5) มาแทนลงในสมการที่ (6.1) จะได้

$$m\ddot{x}_c(t) + kx_c(t) + \int_{-\infty}^{\infty} dt' (m\partial_t^2 + k)G(t-t')F(t') = F(t) \quad (6.6)$$

ดังนั้น

$$\int_{-\infty}^{\infty} dt' (m\partial_t^2 + k)G(t-t')F(t') = F(t) \quad (6.7)$$

และเมื่อใช้สมบัติของฟังก์ชันเดลตาของดิแรกจะได้

$$(m\partial_t^2 + k)G(t-t') = \delta(t-t') \quad (6.8)$$

ซึ่งเป็นฟังก์ชันของกรีนต้องสอดคล้องกับเงื่อนไข

โดยหลักการแล้ว เรายังต้องกำหนดเงื่อนไขเริ่มต้น (initial condition) สำหรับ $x(t)$ ซึ่งเงื่อนไขเหล่านี้จะกลายมาเป็นเงื่อนไขสำหรับ $x_c(t)$ และ $G(t-t')$ เราอาจกำหนดค่าของตัวคงค่า (arbitrary constant) ของ $x_c(t)$ ได้โดยไม่ต้องอาศัยเงื่อนไขเหล่านี้ ดังนั้น ในกรณีนี้เราจะต้องนำเงื่อนไขเหล่านี้มาใช้กับ $G(t-t')$ อย่างไรก็ดี เราจะเริ่มแก้สมการที่ (6.8) โดยจะยังไม่สนใจเงื่อนไขเริ่มต้น

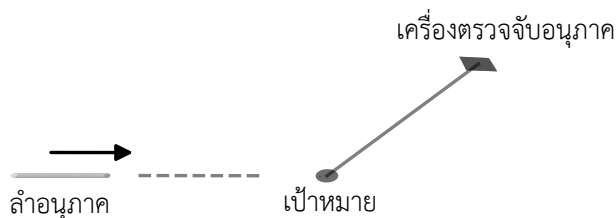
เพื่อการนี้เราจะเขียน $G(t-t')$ โดยใช้การแปลงฟูเรียร์กล่าวคือ

$$G(t-t') = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} e^{-i\omega(t-t')} \tilde{G}(\omega) \quad (6.9)$$

การกระเจิงเชิงควอนตัม

ในบทนี้เราจะพิจารณาแบบจำลองที่อธิบายการทดลองเกี่ยวกับการกระเจิง โดยในการทดลองจะปล่อยลำอนุภาคให้เคลื่อนเข้าสู่เป้าหมาย อนุภาคบางส่วนจะกระเจิงไปในทิศทางของเครื่องตรวจจับอนุภาค ซึ่งรูปที่ 7.1 แสดงแผนภาพจำลองการทดลองนี้ การพิจารณาการทดลองนี้สำหรับอนุภาคขนาดเล็ก เช่น อะตอม ในทางทฤษฎีจะต้องอาศัยกลศาสตร์ควอนตัม เราจะเริ่มบทนี้โดยการเขียนปัญหานี้ในรูปของกลศาสตร์ควอนตัม แล้วจึงอภิปรายว่าจะนำผลทางทฤษฎีไปเทียบกับผลการทดลองได้อย่างไร เพื่อให้เห็นผลเชิงควอนตัมได้ชัดเจน เราจะไม่กำหนด $\hbar = 1$ ในบทนี้

ก่อนอ่านบทนี้ ผู้อ่านควรศึกษาบทที่ 6 มาก่อน



รูปที่ 7.1: แผนภาพจำลองการทดลองสำหรับการกระเจิง ลำอนุภาคถูกปล่อยให้เคลื่อนเข้าสู่เป้าหมาย อนุภาคบางส่วนจะกระเจิงไปในทิศทางของเครื่องตรวจจับอนุภาค

7.1 ฟังก์ชันคลื่นสำหรับการกระเจิง

การอธิบายการกระเจิงเชิงควอนตัมทำได้โดยพิจารณาระบบเชิงควอนตัมในสามมิติ โดยเราสนใจกรณีที่เป้าหมายสามารถอธิบายได้ด้วยศักย์ $V(\vec{r})$ ซึ่งไม่ขึ้นกับเวลา สมการชโรดิงเงอร์สำหรับระบบนี้คือ

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(t, \vec{r}) = H\Psi(t, \vec{r}) \quad (7.1)$$



โดยที่

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\vec{r}) \quad (7.2)$$

เนื่องจากศักย์ไม่ขึ้นกับเวลา เราจึงแยกตัวแปรสำหรับฟังก์ชันคลื่นได้ ดังนี้

$$\Psi(t, \vec{r}) = \psi(\vec{r})e^{-iEt/\hbar} \quad (7.3)$$

ซึ่งเมื่อแทนลงในสมการที่ (7.1) จะได้สมการชโรดิงเงอร์ที่ไม่ขึ้นกับเวลา

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(\vec{r}) + V(\vec{r})\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}) \quad (7.4)$$

ดังนั้น

$$\left(\nabla^2 + \frac{2mE}{\hbar^2}\right)\psi(\vec{r}) = \frac{2m}{\hbar^2}V(\vec{r})\psi(\vec{r}) \quad (7.5)$$

สำหรับปัญหาการกระเจิง พลังงานจะต้องมีค่าไม่เป็นลบ กล่าวคือ $E \geq 0$ ดังนั้นเราจะนิยาม

$$q \equiv \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} \quad (7.6)$$

ซึ่งเป็นจำนวนจริงบวก

ผลเฉลยของสมการที่ (7.5) คือ

$$\psi(\vec{r}) = \xi(\vec{r}) + \int d^3r' G(\vec{r} - \vec{r}') \frac{2m}{\hbar^2} V(\vec{r}') \psi(\vec{r}') \quad (7.7)$$

โดยที่ $\xi(\vec{r})$ คือผลเฉลยเติมเต็ม และ $G(\vec{r} - \vec{r}')$ คือฟังก์ชันของกรีน เนื่องจากผลเฉลยเติมเต็ม $\xi(\vec{r})$ เป็นผลเฉลยของ

$$(\nabla^2 + q^2)\xi(\vec{r}) = 0 \quad (7.8)$$

จะได้ว่า

$$\xi(\vec{r}) = Ae^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} \quad (7.9)$$

โดยที่ $\vec{q}$ คือเวกเตอร์ซึ่งมีขนาดคือ $|\vec{q}| = q$ ในขณะที่ A เป็นตัวคงค่า เราจะกำหนดปริมาณ A และทิศทางของ $\vec{q}$ โดยใช้เงื่อนไขเริ่มต้น

ฟังก์ชันของกรีน $G(\vec{r} - \vec{r}')$ จากสมการที่ (7.7) เป็นผลเฉลยของ

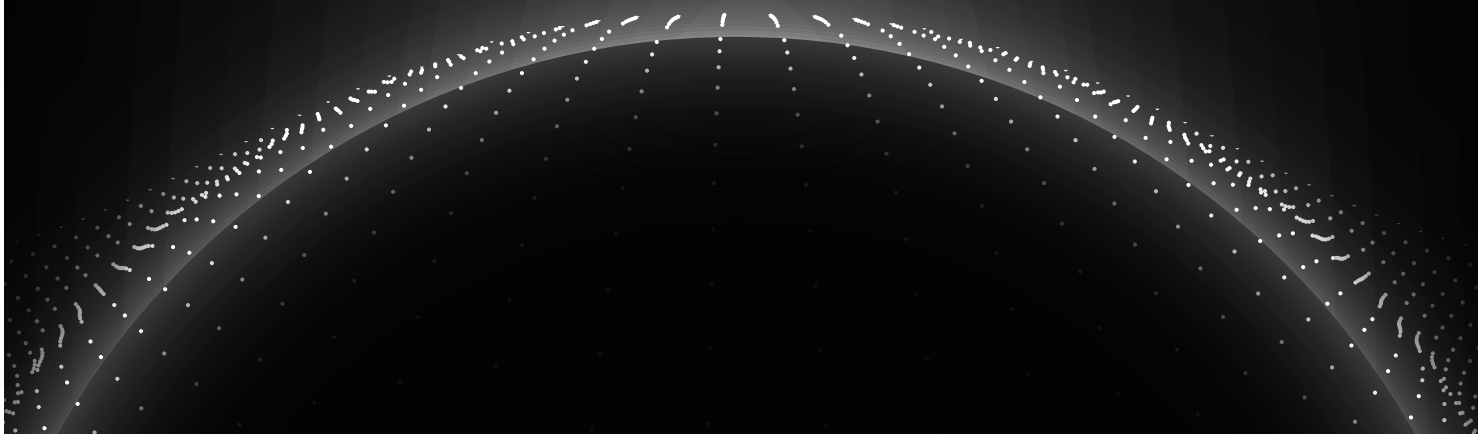
$$(\nabla^2 + q^2)G(\vec{r} - \vec{r}') = \delta^{(3)}(\vec{r} - \vec{r}') \quad (7.10)$$

ซึ่งเราจะใช้การแปลงฟูเรียร์เพื่อแก้สมการนี้ โดยเขียนฟังก์ชันของกรีนในรูปแบบ

$$G(\vec{r} - \vec{r}') = \int \frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^3} e^{i\vec{k}\cdot(\vec{r}-\vec{r}')} \tilde{G}(\vec{k}) \quad (7.11)$$

ສ່ວນທີ່ 2

ສະຖານະການ



ทฤษฎีสนามสเกลาร์

ในบทนี้ เราจะวิเคราะห์ทฤษฎีสนามสเกลาร์อิสระ ซึ่งเป็นตัวอย่างพื้นฐานของทฤษฎีสนามควอนตัม โดยการวิเคราะห์จะเริ่มจากกรณีที่สนามสเกลาร์เป็นสนามคลาสสิก ซึ่งอาจมองได้ว่าเป็นการขยายผลมาจากกลศาสตร์คลาสสิก ดังนั้น เราจึงนำเครื่องมือจากกลศาสตร์คลาสสิก เช่น การวิเคราะห์ลากรางจ์และการวิเคราะห์ฮามิลตัน มาประยุกต์ใช้เพื่ออธิบายสนามสเกลาร์ หลังจากที่เราเข้าใจสนามสเกลาร์คลาสสิกในระดับหนึ่งแล้ว ก็จะพิจารณาการควอนไทซ์ ซึ่งเราจะใช้การควอนไทซ์แบบบัญญัติ ซึ่งเป็นการนำเทคนิคจากกลศาสตร์คลาสสิกมาขยายผลเช่นกัน หลังจากนั้น เราจะอภิปรายในประเด็นเหตุการณ์และความเฉพาะที่สำหรับสนามสเกลาร์อิสระ และท้ายที่สุดจะกล่าวถึงตัวแผ่กระจายของโฟยน์แมนซึ่งเป็นปริมาณที่จะนำไปใช้ในภายหลัง

ก่อนอ่านบทนี้ ผู้อ่านควรมีความรู้พื้นฐานจากบทที่ 2-6 มีความรู้เกี่ยวกับความหนาแน่นของความน่าจะเป็นมาก่อน ซึ่งสามารถอ่านบททวนได้ในบทย่อยที่ 7.2 และมีความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับกลศาสตร์ลากรางจ์และกลศาสตร์ฮามิลตันสำหรับกลศาสตร์คลาสสิก

8.1 กลศาสตร์ควอนตัมเชิงสัมพัทธภาพสำหรับอนุภาคเดี่ยว

การนำกลศาสตร์ควอนตัมและทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษมารวมกันนั้น ความพยายามในช่วงแรกทำโดยการสร้างทฤษฎีกลศาสตร์ควอนตัมเชิงสัมพัทธภาพสำหรับอนุภาคเดี่ยว ซึ่งเริ่มจากการเขียนสมการสำหรับอธิบายอนุภาคเดี่ยวซึ่งมีสมบัติทั้งเชิงควอนตัมและสัมพัทธภาพพิเศษ ซึ่งสมการนี้เขียนขึ้นโดยอาศัยหลักการเดียวกันกับที่ใช้เขียนสมการชโรดิงเงอร์ และขณะเดียวกันก็มีสมบัติของความเป็นสัมพัทธภาพด้วย

เราทราบกันดีว่าในกลศาสตร์คลาสสิกนั้น ความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานและโมเมนตัมสำหรับอนุภาคอิสระหนึ่งอนุภาคนั้นเขียนได้ว่า

$$E = \frac{p^2}{2m} \quad (8.1)$$



โดยที่ $\vec{p}^2 \equiv \vec{p} \cdot \vec{p}$ ซึ่งหากแทนที่โดย

$$E \rightarrow i \frac{\partial}{\partial t}, \quad \vec{p} \rightarrow -i \vec{\nabla} \quad (8.2)$$

แล้วนำไปกระทำกับฟังก์ชันคลื่น $\psi(t, \vec{x})$ จะได้

$$i \frac{\partial}{\partial t} \psi(t, \vec{x}) = - \frac{\nabla^2 \psi(t, \vec{x})}{2m} \quad (8.3)$$

ซึ่งเป็นสมการชโรดิงเงอร์สำหรับอนุภาคอิสระหนึ่งอนุภาค หากเราต้องการอธิบายอนุภาคเชิงสัมพัทธภาพด้วยกลศาสตร์ควอนตัม เราอาจเริ่มจากความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานและโมเมนตัม ดังนี้

$$E^2 = \vec{p}^2 + m^2 \quad (8.4)$$

หากเราแปลงสมการข้างต้นนี้โดยใช้สมการที่ (8.2) แล้วนำไปกระทำกับฟังก์ชันคลื่น $\psi(t, \vec{x})$ จะได้

$$- \frac{\partial^2}{\partial t^2} \psi(t, \vec{x}) + \nabla^2 \psi(t, \vec{x}) - m^2 \psi(t, \vec{x}) = 0 \quad (8.5)$$

หรือเขียนให้เห็นความเป็นสัมพัทธภาพได้ชัดเจนโดย

$$(\partial_\mu \partial^\mu - m^2) \psi(x) = 0 \quad (8.6)$$

โดยที่ $\psi(x) \equiv \psi(t, \vec{x})$ ซึ่ง $(x) \equiv (x^\mu) \equiv (t, \vec{x})$ สมการที่ (8.6) นั้น เรียกว่า สมการไคลน์-กอร์ดอน (Klein-Gordon equation) เราจะอธิบายว่าสมการนี้มีปัญหาซึ่งเกี่ยวข้องกับความหนาแน่นของความน่าจะเป็น

การนิยามความหนาแน่นของความน่าจะเป็นสำหรับสมการที่ (8.6) จะแตกต่างจากนิยามสำหรับกรณีของสมการชโรดิงเงอร์ ทั้งนี้ เนื่องจากสมบัตินิยงเชิงลอเรนซ์ (Lorentz invariant) บังคับว่าความหนาแน่นของความน่าจะเป็น ρ และกระแสของความหนาแน่นของความน่าจะเป็น $\vec{j}$ นั้น จะต้องนำมาประกอบกันเป็นเวกเตอร์สี่ แต่ ρ และ $\vec{j}$ จากนิยามที่ให้ไว้ในบทย่อยที่ 7.2 นั้น ไม่ได้เป็นเช่นนั้น เราจึงต้องนิยามขึ้นใหม่โดยแนวคิดคือเราจะต้องใช้ $\vec{j}$ ดังที่นิยามในสมการที่ (7.65) แล้วจะนำสมการที่ (8.6) และสมการความต่อเนื่องมาประกอบกันเพื่อหาความหนาแน่นของความน่าจะเป็น

กำหนดให้ความหนาแน่นกระแสความน่าจะเป็นคือ

$$\vec{j} \equiv \frac{1}{2mi} (\psi^* \vec{\nabla} \psi - (\vec{\nabla} \psi^*) \psi) \quad (8.7)$$

ดังนั้น

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = \frac{1}{2mi} (\psi^* \nabla^2 \psi - (\nabla^2 \psi^*) \psi) \quad (8.8)$$

เมื่อใช้สมการความต่อเนื่องและสมการที่ (8.6) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} &= - \vec{\nabla} \cdot \vec{j} \\ &= - \frac{1}{2mi} (\psi^* \nabla^2 \psi - (\nabla^2 \psi^*) \psi) \\ &= - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2mi} \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{\partial \psi^*}{\partial t} \psi \right) \right) \end{aligned} \quad (8.9)$$

บทที่

9

สมการดิแรก

เราได้อภิปรายไปในบทที่ 8 ว่าสมการไคลน์-กอร์ดอนในบริบทของกลศาสตร์ควอนตัมเชิงสัมพัทธภาพสำหรับอนุภาคเดียวมีปัญหาที่สำคัญสองประการ ซึ่งวิธีหนึ่งในการแก้ปัญหาคือการเปลี่ยนมุมมอง โดยตีความว่าสมการไคลน์-กอร์ดอนเป็นสมการการเคลื่อนที่สำหรับสนามสเกลาร์อิสระ อันที่จริงแล้วจากประวัติศาสตร์มีความพยายามหนึ่งที่สำคัญและมีมาก่อนการตีความสมการไคลน์-กอร์ดอนในบริบทของสนามสเกลาร์อิสระ ความพยายามนี้คือการสร้างสมการดิแรกและอธิบายในบริบทของกลศาสตร์ควอนตัมเชิงสัมพัทธภาพสำหรับอนุภาคเดียว ในบทนี้เราจะศึกษาเครื่องมือที่สำคัญในการวิเคราะห์สมบัติของสมการดิแรก แล้วจึงอภิปรายประเด็นทางฟิสิกส์ที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งอภิปรายว่าปัญหาที่เกิดขึ้นกับสมการไคลน์-กอร์ดอนในฐานะที่เป็นกลศาสตร์ควอนตัมเชิงสัมพัทธภาพสำหรับอนุภาคเดียวนั้น แก้ไขได้หรือไม่อย่างไร

ก่อนอ่านบทนี้ ผู้อ่านควรมีความรู้พื้นฐานมาจากบทที่ 8

9.1 สมการดิแรกและความหนาแน่นของความน่าจะเป็น

ดิแรกต้องการแก้ปัญหาของสมการที่ (8.6) ในบริบทของกลศาสตร์ควอนตัมเชิงสัมพัทธภาพสำหรับอนุภาคเดียว โดยอาศัยแนวคิดคือ หากต้องการแก้ปัญหาที่ความหนาแน่นของความน่าจะเป็นมีค่าเป็นลบ สมการสำหรับฟังก์ชันคลื่นควรจะต้องประกอบด้วยอนุพันธ์อันดับหนึ่งเทียบกับเวลา แทนที่จะเป็นอันดับสองดังในสมการที่ (8.6) และหากใช้สมบัติของสัมพัทธภาพพิเศษ จะได้ว่าสมการควรอยู่ในรูปแบบ

$$i\frac{\partial\psi}{\partial t} = (-i\alpha_j\partial_j + \beta m)\psi \quad (9.1)$$

โดยดิแรกเสนอว่า α_j และ β ควรจะเป็นเมทริกซ์ และหากนำ $i\partial/\partial t$ มากระทำกับสมการข้างต้นอีกครั้งจะได้

$$-\frac{\partial^2}{\partial t^2}\psi = (-\alpha_j\alpha_k\partial_j\partial_k - i(\alpha_j\beta + \beta\alpha_j)m\partial_j + \beta^2 m^2)\psi \quad (9.2)$$

สมการที่ได้นี้ควรจะตรงกับสมการที่ (8.6) ดังนั้น

$$\{\alpha_j, \alpha_k\} = 2\delta_{jk}\mathbb{1}, \quad \{\alpha_j, \beta\} = 0, \quad \beta^2 = \mathbb{1} \quad (9.3)$$



โดยที่เราเรียก $\{A, B\} \equiv AB + BA$ ว่าตัวทำทวนสลับที่ (anticommutator)¹ ของ A และ B

หากเรานำ β มาคูณสมการที่ (9.4) จากทางซ้าย แล้วใช้สมการที่ (9.3) จะได้

$$i\beta \frac{\partial \psi}{\partial t} = (-i\beta \alpha_j \partial_j + m)\psi \quad (9.4)$$

และหากนิยาม

$$\gamma^0 \equiv \beta, \quad \gamma^j \equiv \beta \alpha_j \quad (9.5)$$

สมการที่ (9.4) จะเขียนได้เป็น

$$i\gamma^\mu \partial_\mu \psi(x) - m\psi(x) = 0 \quad (9.6)$$

ซึ่งเรียกว่าสมการดิแรก (Dirac equation) และเราเรียก γ^μ สำหรับแต่ละ $\mu = 0, 1, 2, 3$ ว่าเมทริกซ์แกมมา (Gamma matrix) กล่าวคือ มีเมทริกซ์แกมมาอยู่ทั้งหมด 4 เมทริกซ์ ในกรณีที่มิติของกาลอวกาศเป็น 4 นอกจากนี้ หากเราใช้สมการที่ (9.3) และสมการที่ (9.5) จะได้ว่า เมทริกซ์แกมมามีความสัมพันธ์เชิงการทวนสลับที่คือ

$$\{\gamma_\mu, \gamma_\nu\} = -2\eta_{\mu\nu} \mathbb{1} \quad (9.7)$$

หากเราเขียนสมการที่ (9.1) โดยนำสมการที่ (8.2) มาใช้กับทางด้านขวาของสมการ จะได้ว่า

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} = (\alpha_j p_j + \beta m)\psi \quad (9.8)$$

ซึ่งเมื่อเทียบกับสมการชโรดิงเงอร์จะได้ว่า

$$H = \alpha_j p_j + \beta m \quad (9.9)$$

เนื่องจาก H และ $\vec{p}$ เป็นตัวดำเนินการเฮอร์มิเชียน จะได้ว่า α และ β จะต้องเป็นเฮอร์มิเชียนด้วย กล่าวคือ

$$\alpha_j^\dagger = \alpha_j, \quad \beta^\dagger = \beta \quad (9.10)$$

ซึ่งจะได้ว่า

$$(\gamma^0)^\dagger = \gamma^0, \quad (\gamma^j)^\dagger = -\gamma^j \quad (9.11)$$

และเมื่อใช้สมการที่ (9.7) จะได้ว่า

$$(\gamma^\mu)^\dagger = \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0 \quad (9.12)$$

เราจะคำนวณหาความหนาแน่นของความน่าจะเป็นสำหรับสมการดิแรก เพื่อการนี้ เราจะพิจารณาสังยุคเฮอร์มิเชียนของสมการที่ (9.6) ซึ่งจะได้ว่า

$$-i\partial_\mu \psi^\dagger \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0 - m\psi^\dagger = 0 \quad (9.13)$$

¹หมายเหตุ: สังเกตว่า ตัวทำทวนสลับที่แทนด้วยสัญลักษณ์เดียวกันกับวงเล็บปัวซอง แต่นิยามต่างกัน อย่างไรก็ตาม การนิยามเช่นนี้ปรากฏแพร่หลายในแหล่งอ้างอิงทั่วไปทางทฤษฎีสถานควอนตัม และมักไม่สับสนกัน เนื่องจากตัวทำทวนสลับที่และวงเล็บปัวซองมักปรากฏในบริบทที่ต่างกัน

บทที่

10

แอกชันและการควอนไทซ์ของ สนามสปินเนอร์อิสระ

ในบทที่ 9 เราอภิปรายสปินเนอร์ในแง่ของฟังก์ชันคลื่นของอนุภาคเดียว และได้พบว่าปัญหาในการอธิบายด้วยมุมมองนี้ ในบทนี้เราจะเปลี่ยนมุมมองว่าสปินเนอร์คือสนามชนิดหนึ่ง กล่าวคือ อธิบายสมการดิแรกในฐานะของสมการการเคลื่อนที่ในบริบทของทฤษฎีสถานควอนตัม ซึ่งทฤษฎีนี้จะเป็นอีกตัวอย่างหนึ่งนอกเหนือจากทฤษฎีสถานสเกลาร์อิสระที่อภิปรายไปในบทที่ 8

ก่อนอ่านบทนี้ ผู้อ่านควรมีความรู้พื้นฐานมาจากบทที่ 9

10.1 ลากรางเจียนและฮามิลโทเนียนสำหรับสนามสปินเนอร์อิสระ

ในมุมมองว่าสปินเนอร์เป็นสนามนั้น สมการดิแรกไม่ใช่สมการที่อธิบายกลศาสตร์เชิงควอนตัมสำหรับอนุภาคเดี่ยวอีกต่อไป แต่เป็นสมการที่อธิบายพลวัตของสนามสปินเนอร์ โดยเรากล่าวว่าสมการนี้อธิบายสนามสปินเนอร์อิสระ และหาได้จากการใช้หลักการแอกชันน้อยสุดสำหรับแอกชัน

$$S = \int d^4x \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi \quad (10.1)$$

ดังนั้น ความหนาแน่นลากรางเจียนคือ

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi \quad (10.2)$$

ซึ่งจะได้ว่าโมเมนตัมสังยุคคือ

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\psi}} = \bar{\psi} i\gamma^0 = i\psi^\dagger \quad (10.3)$$



ดังนั้น เราหาความหนาแน่นฮามิลโทเนียนได้โดย

$$\begin{aligned}
 \mathcal{H} &= \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\psi}} \dot{\psi} - \mathcal{L} \\
 &= i\dot{\psi}^\dagger \dot{\psi} - \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi \\
 &= i\dot{\psi}^\dagger \dot{\psi} - \bar{\psi}(i\gamma^0 \partial_0 + i\gamma^j \partial_j - m)\psi \\
 &= \bar{\psi}(-i\gamma^j \partial_j + m)\psi
 \end{aligned} \tag{10.4}$$

การคำนวณเพื่อหาเทนเซอร์พลังงาน-โมเมนตัมนั้น เราจะพิจารณาการแปลงน้อยยิ่งของสปินเนอร์ภายใต้การเลื่อนที่ กล่าวคือ $x^\mu \mapsto x^\mu + \epsilon^\mu$ ซึ่งจะส่งผลให้การแปลงน้อยยิ่งของสปินเนอร์คือ

$$\psi(x) \mapsto \psi(x - \epsilon) = \psi(x) - \epsilon^\mu \partial_\mu \psi(x) \tag{10.5}$$

ซึ่งจะได้ว่า

$$T^\mu{}_\nu = \bar{\psi} \left(2i\delta_\nu^\mu \gamma^\rho \partial_\rho - m\delta_\nu^\mu \right) \psi \tag{10.6}$$

ผู้อ่านจะได้ตรวจสอบสมการข้างต้นนี้ในโจทย์ปัญหา และจากสมการนี้จะได้ว่า ความหนาแน่นฮามิลโทเนียนและความหนาแน่นโมเมนตัมคือ

$$\mathcal{H} = T^{00} = \bar{\psi}(-i\gamma^j \partial_j + m)\psi \tag{10.7}$$

และ

$$\mathcal{P}^j = T^{0j} = -i\bar{\psi}\gamma^0 \partial_j \psi \tag{10.8}$$

นอกจากสมมาตรภายใต้การเลื่อนที่แล้วยังมีอีกสมมาตรที่สำคัญ ซึ่งสมมาตรนี้มาจากการแปลง

$$\psi(x) \mapsto e^{-i\alpha} \psi(x) \tag{10.9}$$

ซึ่งสามารถพิสูจน์ได้ว่ากระแสอนุรักษ์สำหรับสมมาตรนี้คือ

$$j^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu \psi \tag{10.10}$$

และจะได้ว่าประจุนุรักษ์คือ

$$Q = \int d^3x \bar{\psi}\gamma^0 \psi \tag{10.11}$$

สังเกตว่าเราพบสมการที่ (10.10) มาก่อนแล้วในบทที่แล้ว ซึ่งในบริบทนั้น j^μ ประกอบไปด้วยความหนาแน่นของความน่าจะเป็นและความหนาแน่นกระแสความน่าจะเป็นสำหรับสปินเนอร์ที่ถูกตีความว่าเป็นฟังก์ชันคลื่น แต่ในบริบทของบทนี้นั้น j^μ เป็นกระแสอนุรักษ์สำหรับสมมาตรที่แสดงไว้ในสมการที่ (10.9)

การวิเคราะห์ทฤษฎีแมกซ์เวลล์

ในบทนี้ เราจะวิเคราะห์ทฤษฎีแมกซ์เวลล์ในฐานะเป็นทฤษฎีสนามชนิดหนึ่ง คือ ทฤษฎีสนามเกจ ซึ่งนามสำหรับทฤษฎีลักษณะนี้นั้น หากมีการเปลี่ยนค่าในลักษณะหนึ่ง จะไม่ทำให้ฟิสิกส์เปลี่ยนไป การวิเคราะห์ระบบลักษณะนี้ทั้งในทางคลาสสิกและทางควอนตัม อาจทำได้โดยกำหนดเงื่อนไขเพื่อกำจัดความซ้ำซ้อนโดยเงื่อนไขที่เราจะเลือกใช้ในบทนี้คือเงื่อนไขเกจลอเรนซ์ นอกจากนี้ เราจะวิเคราะห์ประเด็นอื่น ๆ ที่คล้ายคลึงกับที่วิเคราะห์ไปในกรณีของสนามสเกลาร์อิสระและสนามสปินเนอร์อิสระ

ก่อนอ่านบทนี้ ผู้อ่านควรมีความรู้พื้นฐานมาจากบทที่ 8 และหัวข้อเกี่ยวกับไฟฟ้าแม่เหล็กตั้งแต่เบื้องต้นจนถึงหัวข้อของสมการของแมกซ์เวลล์

11.1 สมการของแมกซ์เวลล์ในสุญญากาศ

สมการของแมกซ์เวลล์ (Maxwell's equations) ในสุญญากาศ สำหรับสนามไฟฟ้า $\vec{E}$ และสนามแม่เหล็ก $\vec{B}$ ได้แก่

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0, \quad (11.1)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad (11.2)$$

$$\nabla \times \vec{E} + \partial_t \vec{B} = \vec{0}, \quad (11.3)$$

$$\nabla \times \vec{B} - \partial_t \vec{E} = \vec{0} \quad (11.4)$$

เมื่อใช้สมการที่ (11.2) และเอกลักษณ์ $\nabla \cdot (\nabla \times \vec{A}) = 0$ จะได้

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (11.5)$$

โดยที่ $\vec{A}$ เป็นเวกเตอร์ ซึ่งเรียกว่าศักย์เวกเตอร์ (vector potential) เมื่อนำสมการที่ (11.5) ไปแทนลงในสมการที่ (11.3) จะได้

$$\nabla \times (\vec{E} + \partial_t \vec{A}) = \vec{0} \quad (11.6)$$



และเมื่อใช้เอกลักษณ์ $\nabla \times \nabla \phi = \vec{0}$ จะได้ว่า

$$\vec{E} = -\nabla\phi - \partial_t \vec{A} \quad (11.7)$$

โดยเราเรียก ϕ ว่าศักย์สเกลาร์ (scalar potential)

สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กไม่เปลี่ยนแปลงภายใต้การแปลงเกจ (gauge transformation)

$$\phi \mapsto \phi - \partial_t \lambda, \quad \vec{A} \mapsto \vec{A} + \nabla \lambda \quad (11.8)$$

กล่าวคือ $\vec{E} \mapsto \vec{E}, \vec{B} \mapsto \vec{B}$ ภายใต้การแปลงข้างต้น สนามไฟฟ้า $\vec{E}$ และสนามแม่เหล็ก $\vec{B}$ เป็นปริมาณทางฟิสิกส์ในแง่ที่ว่า ค่าของสนามเหล่านี้วัดได้โดยตรงจากการทดลอง และการเปลี่ยนแปลงใด ๆ ของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก จะทำให้ปรากฏการณ์ทางฟิสิกส์ของระบบเปลี่ยนไป (ยกตัวอย่างเช่น หากมีอนุภาคมีประจุวิ่งอยู่ภายใต้สนามไฟฟ้าภายนอกซึ่งมีค่าคงตัว การเปลี่ยนค่าของสนามไฟฟ้า จะทำให้ความเร่งของอนุภาคนี้มีค่าเปลี่ยนไป) แต่สำหรับศักย์สเกลาร์ ϕ และศักย์เวกเตอร์ $\vec{A}$ นั้น ปริมาณเหล่านี้ไม่เป็นปริมาณทางฟิสิกส์¹ ในแง่ที่ว่า การแปลงค่าของปริมาณเหล่านี้ในลักษณะหนึ่ง (กล่าวคือ จาก ϕ และ $\vec{A}$ ไปเป็น $\phi - \partial_t \lambda$ และ $\vec{A} + \nabla \lambda$) จะไม่เปลี่ยนค่าของ $\vec{E}$ และ $\vec{B}$ ซึ่งส่งผลให้ฟิสิกส์ไม่เปลี่ยน

แนวคิดของการแปลงเกจนั้นมีประโยชน์สำหรับทฤษฎีไฟฟ้าแม่เหล็ก และทฤษฎีอื่น ๆ อีกหลายทฤษฎี ทฤษฎีเหล่านี้มีสนามซึ่งแม้ค่าจะเปลี่ยนไปในลักษณะหนึ่งก็ไม่เปลี่ยนแปลงฟิสิกส์ เราเรียกสนามเหล่านี้ว่า สนามเกจ (gauge field) และเรียกการแปลงของสนามเกจที่ไม่ทำให้ฟิสิกส์เปลี่ยนแปลงว่าการแปลงเกจ ดังนั้น ในกรณีของทฤษฎีไฟฟ้าแม่เหล็ก จะได้ว่า ศักย์สเกลาร์และศักย์เวกเตอร์เป็นสนามเกจ

11.2 สัญกรณ์ดัชนีสำหรับสมการของแมกซ์เวลล์

เราสามารถเขียนสมการของแมกซ์เวลล์โดยใช้สัญกรณ์ดัชนีได้ดังนี้

$$\partial_i E^i = 0, \quad (11.9)$$

$$\partial_i B^i = 0, \quad (11.10)$$

$$\epsilon_{ijk}\partial_j E^k + \partial_0 B^i = 0, \quad (11.11)$$

$$\epsilon_{ijk}\partial_j B^k - \partial_0 E^i = 0 \quad (11.12)$$

โดยที่ $\partial_0 \equiv \partial_t$ หากเรานิยาม $A_0 = -\phi$ จะได้ว่าสมการที่ (11.7) และ (11.5) นั้นเขียนในรูปแบบของ
 สัมพันธสมการได้ดังนี้

$$E^i = \partial_i A_0 - \partial_0 A_i, \quad \text{or} \quad \partial_0 A_i - \partial_i A_0 = -E^i, \quad (11.13)$$

¹ ในบริบทของฟิสิกส์แบบคลาสสิก ศักย์สเกลาร์และศักย์เวกเตอร์เป็นเพียงเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ จึงไม่ใช่ปริมาณทางฟิสิกส์ แต่ในบริบทที่มีผลทางควอนตัมมาเกี่ยวข้องแล้ว ค่าของศักย์สเกลาร์และศักย์เวกเตอร์นั้นมีผลกับการทดลอง ผู้อ่านที่สนใจอาจศึกษากรณีตัวอย่าง เช่น ผลของอาฮารอนอฟ-โบห์ม (Aharonov-Bohm effect)

ส่วนที่ 3

ทฤษฎีสำหรับ
สนามสเกลาร์ที่มี
อันตรกิริยาในตัว

แอมพลิจูดการกระเจิง ฟังก์ชัน n จุด และกฎของไฟน์แมน

ในบทนี้ เราจะอภิปรายการควอนไทซ์ของทฤษฎีสนามสเกลาร์ที่มีอันตรกิริยาในตัว ซึ่งโดยทั่วไปแล้ว การแก้สมการการเคลื่อนที่ให้ได้ผลเฉลยในรูปทั่วไปนั้นมักยุ่งยากหรืออาจทำไม่ได้เลย ดังนั้น การนำผลเฉลยในรูปทั่วไปมาควอนไทซ์ดังเช่นที่ทำในกรณีของทฤษฎีสนามสเกลาร์อิสระ จึงไม่ใช่วิธีการที่ดีที่จะใช้กับทฤษฎีสนามสเกลาร์ที่มีอันตรกิริยาในตัว ดังนั้นในบทนี้ เราจะอภิปรายวิธีการที่เหมาะสมในการควอนไทซ์ นอกจากนี้วิธีการนี้ยังมีความเชื่อมโยงกับการวิเคราะห์การกระเจิง ซึ่งเป็นปัญหาที่สำคัญสำหรับการศึกษาฟิสิกส์อนุภาค ซึ่งการศึกษานี้จะนำไปสู่สูตรลดรูปแอลเอสเซด (LSZ reduction formula) ซึ่งเป็นการลดรูปของปัญหาจากการศึกษาโอกาสในการกระเจิง ไปเป็นปัญหาของการคำนวณปริมาณที่เรียกว่าฟังก์ชัน n จุด (n -point function) เราจะใช้สมการไดสัน-ชวิงเงอร์ (Dyson-Schwinger equations) เพื่อคำนวณปริมาณดังกล่าว และจากการสังเกตจะได้กฎของไฟน์แมน (Feynman rule) ซึ่งเป็นกฎสำหรับเปลี่ยนนิพจน์ทางคณิตศาสตร์เป็นแผนภาพซึ่งเรียกว่าแผนภาพไฟน์แมน (Feynman diagram)

ก่อนอ่านบทนี้ ผู้อ่านควรมีความรู้มาจากบทที่ 8

12.1 การควอนไทซ์แบบบัญญัติของทฤษฎีสนามสเกลาร์ที่มีอันตรกิริยาในตัว

พิจารณาแอคชันสำหรับทฤษฎีสนามสเกลาร์ที่มีอันตรกิริยาในตัว

$$S = \int d^4x \left(-\frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} m^2 \phi^2 - V_I(\phi) \right) \quad (12.1)$$

ซึ่งในกรณีที่ $V_I(\phi) = 0$ แอคชันข้างต้นจะลดรูปไปเป็นแอคชันสำหรับสนามสเกลาร์อิสระ ซึ่งอภิปรายไปในบทที่ 8 สำหรับกรณีของทฤษฎีสนามสเกลาร์ที่มีอันตรกิริยาในตัวนี้ เราอาจศึกษาโดยใช้วิธีการที่คล้ายคลึงกับในบทที่ 8 กล่าวคือ เราเริ่มจากหาสมการการเคลื่อนที่จากสมการที่ (12.1) และหาผลเฉลยสำหรับสนามสเกลาร์ในรูปของการกระจายโหนด จากนั้นจึงควอนไทซ์



กำหนดให้

$$\square_x \equiv \eta^{\mu\nu} \frac{\partial}{\partial x^\mu} \frac{\partial}{\partial x^\nu} \quad (12.2)$$

ดังนั้น สมการการเคลื่อนที่ที่ได้มาจากแอคชันในสมการที่ (12.1) คือ

$$\square_x \phi(x) - m^2 \phi(x) - V_I'(\phi(x)) = 0 \quad (12.3)$$

สมการการเคลื่อนที่ข้างต้นนี้เป็นแบบไม่เชิงเส้น ซึ่งโดยทั่วไปแล้วการหาผลเฉลยในรูปทั่วไปมักจะทำได้ยาก อย่างไรก็ตาม เราจะสามารถหาคำเฉลยเชิงอนุกรมได้โดยเริ่มจากการหาโมเมนตัมสังยุคซึ่งจะได้

$$\begin{aligned} \Pi &= \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}} \\ &= \dot{\phi} \end{aligned} \quad (12.4)$$

และหาแฮมิลโทเนียน ซึ่งจะได้

$$H = \int d^3x \left(\frac{1}{2} \pi^2 + \frac{1}{2} \vec{\nabla} \phi \cdot \vec{\nabla} \phi + \frac{1}{2} m^2 \phi^2 + V_I(\phi) \right) \quad (12.5)$$

และสำหรับวงเล็บปัวซองนั้น ยังคงเป็นไปดังสมการที่ (8.68) และ (8.69)

การควอนไทซ์แบบบัญญัติสามารถทำได้โดยใช้วิธีการที่คล้ายคลึงกับที่ใช้ในทฤษฎีสถานะสเกลาร์อิสระ กล่าวคือ ยกกระดานสนามสเกลาร์ไปเป็นตัวดำเนินการ และยกกระดานวงเล็บปัวซองไปเป็นตัวทำสลับที่ อย่างไรก็ตาม เนื่องจากสนามสเกลาร์ในทฤษฎีนี้เขียนในรูปของการกระจายโมเมนต์ไม่ได้ การสร้างปริภูมิฟอกจึงไม่อาจทำได้โดยตรงไปตรงมาดังเช่นในกรณีของทฤษฎีสถานะสเกลาร์อิสระ

เราทราบมาจากทฤษฎีสถานะสเกลาร์อิสระว่า สถานะที่สำคัญในปริภูมิฟอกล้วนแต่เป็นสถานะที่อธิบายโดยเค้ทลักษณะเฉพาะของแฮมิลโทเนียน ซึ่งเราพบว่าสถานะเหล่านี้ ได้แก่ สถานะสูญญากาศ, สถานะหนึ่งอนุภาค และสถานะหลายอนุภาค หากต้องการอธิบายสถานะอื่นใดในปริภูมิฟอกสามารถทำได้โดยพิจารณาผลรวมเชิงเส้นของเค้ทลักษณะเฉพาะสำหรับสถานะเหล่านี้ เราจะใช้แนวคิดเดียวกันนี้กับทฤษฎีสถานะสเกลาร์ที่มีอันตรกิริยาในตัว แต่เนื่องจากแฮมิลโทเนียนในทฤษฎีประเภทนี้แตกต่างจากแฮมิลโทเนียนของทฤษฎีสถานะสเกลาร์อิสระ ดังนั้น เค้ทลักษณะเฉพาะก็จะแตกต่างกันด้วย

สำหรับทฤษฎีสถานะสเกลาร์ที่มีอันตรกิริยาในตัว เราจะเขียนสัญลักษณ์ของสถานะสูญญากาศว่า $|\Omega\rangle$ แทนที่จะใช้ $|0\rangle$ ดังในกรณีของทฤษฎีสถานะสเกลาร์อิสระ ทั้งนี้เพื่อเน้นว่าสถานะสูญญากาศสำหรับทฤษฎีสองชนิดนี้แตกต่างกัน นอกจากสถานะสูญญากาศแล้ว ก็ยังมีสถานะที่มีอนุภาค การมีอยู่ของสถานะเหล่านี้ยืนยันด้วยความยืนยันเชิงการเคลื่อนที่ (translational invariance) ซึ่งเราจะกล่าวถึงในภายหลัง ในที่นี้เราจะเน้นอภิปรายสถานะที่มีอนุภาคเพียงอย่างเดียว¹ เราจะใช้สัญลักษณ์แทนสถานะที่มีอนุภาคเดียวซึ่งมีโมเมนตัม $\vec{k}$ ว่า $|\vec{k}\rangle$

¹ เพื่อความง่าย เราจะสมมุติว่าไม่มีสถานะถูกกักขัง ดังนั้น สถานะที่อธิบายได้โดยเค้ทลักษณะเฉพาะของแฮมิลโทเนียน ได้แก่ สถานะสูญญากาศ, สถานะหนึ่งอนุภาค และสถานะหลายอนุภาค ดังเช่นในกรณีของทฤษฎีสถานะสเกลาร์อิสระ แต่จากที่อภิปรายไปแล้วว่า โดยทั่วไปสถานะเหล่านี้แตกต่างไปจากในกรณีของทฤษฎีสถานะสเกลาร์อิสระ

การวิเคราะห์ฟังก์ชัน 2 จุด และฟังก์ชันจุดยอด

จากบทที่แล้ว เราได้ทราบถึงความสำคัญของการคำนวณฟังก์ชัน n จุด สำหรับสนามบรรทัดฐานใหม่ แต่ในการคำนวณนั้นเราเริ่มจากการใช้สมการไดสัน-ซวิงเกอร์สำหรับสนามเปลือย เพื่อให้ได้ฟังก์ชัน n จุด สำหรับสนามเปลือย จากนั้นจึงแปลงเป็นฟังก์ชัน n จุดสำหรับสนามบรรทัดฐานใหม่อีกทีหนึ่ง อย่างไรก็ตาม วิธีการดังกล่าวไม่เป็นที่นิยม ในบทนี้เราจะเสนออีกวิธีหนึ่งซึ่งใช้กันอย่างแพร่หลาย โดยเริ่มจากการเขียน ลากรางเจียนโดยใช้สนามบรรทัดฐานใหม่และมวลบรรทัดฐานใหม่ จากนั้นจึงเขียนสมการไดสัน-ซวิงเกอร์ ที่เกี่ยวเนื่องกับลากรางเจียนดังกล่าว โดยเราจะนำสมการไดสัน-ซวิงเกอร์ที่ได้ไปวิเคราะห์ฟังก์ชัน n จุด สำหรับ $n = 2, 3, 4$ ซึ่งหลังจากศึกษากรณีเหล่านี้แล้ว หากผู้อ่านต้องการขยายผลไปใช้สำหรับกรณีที่ n มีค่าสูงขึ้น ก็ทำได้โดยอาศัยหลักการที่คล้ายคลึงกัน

ก่อนอ่านบทนี้ ผู้อ่านควรมีความรู้มาจากบทที่ 12

13.1 ลากรางเจียนพจน์ด้าน

ในบทที่แล้วเราวิเคราะห์โดยเน้นตัวอย่างสำหรับทฤษฎี ϕ^3 ซึ่งมีลากรางเจียนคือ

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \frac{1}{2}m^2\phi^2 - \frac{1}{3!}g\phi^3 \quad (13.1)$$

นอกจากนี้ เราพบมาแล้วว่าในการวิเคราะห์การกระเจิงนั้น ในที่สุดแล้วจะต้องข้องเกี่ยวกับสนามบรรทัดฐานใหม่

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{Z}}(\phi - v) \quad (13.2)$$

โดยที่ Z และ v นั้น ต้องกำหนดเพื่อให้ Φ สอดคล้องกับสมการที่ (12.93)

ดังนั้น ในบทนี้เราจะพิจารณาโดยใช้สนามบรรทัดฐานใหม่ตั้งแต่ต้น ซึ่งจะได้ว่าลากรางเจียนเขียนได้เป็น

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}Z\partial_\mu\Phi\partial^\mu\Phi - \frac{1}{2}(m^2 + vg)Z\Phi^2 - \frac{1}{3!}gZ^{3/2}\Phi^3 - \frac{1}{2}\sqrt{Z}v^2\Phi - \frac{1}{3!}gv^3 \quad (13.3)$$



จะเห็นได้ว่า มีปริมาณทั้งสี่ปริมาณคือ Z, m, v และ g ซึ่งเป็นค่าคงตัวทั้งหมด การหาค่าของปริมาณเหล่านี้จะต้องใช้เงื่อนไขทั้งสี่เงื่อนไข โดยสองเงื่อนไขแรกนั้นกำหนดโดยสมการที่ (12.93) ในขณะที่สองเงื่อนไขที่เหลือได้แก่

- มวลของสถานะหนึ่งอนุภาคที่ได้จากการทดลองคือ m_1
- ค่าคงตัวของการคู่ควบที่กำหนดโดยการทดลองคือ g_1

ก่อนหน้านี้เรากำหนดชื่อให้ ϕ ว่า สนามเปลือย กำหนดชื่อให้ m ว่า มวลเปลือย กำหนดชื่อให้ Φ ว่า สนามบรรทัดฐานใหม่ และกำหนดชื่อให้ m_1 ว่า มวลบรรทัดฐานใหม่ ดังนั้น เราจะอาศัยแนวคิดเดียวกันในการกำหนดชื่อให้ g ว่า ค่าคงตัวของการคู่ควบเปลือย (bare coupling constant) และกำหนดชื่อให้ g_1 ว่า ค่าคงตัวของการคู่ควบบรรทัดฐานใหม่ (renormalized coupling constant)

หากเรานิยามค่าคงตัวชุดใหม่ขึ้นมา เราจะเขียนลากรางเจียนได้ว่า

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}Z\partial_\mu\Phi\partial^\mu\Phi - \frac{1}{2}Z_m m_1^2\Phi^2 - \frac{1}{3!}Z_g g_1\Phi^3 + Y\Phi \quad (13.4)$$

โดยเรากำจัดพจน์สุดท้ายทางด้านขวามือของสมการที่ (13.3) เนื่องจากพจน์ดังกล่าวไม่มีผลต่อสมการการเคลื่อนที่ สังเกตว่า ค่าคงตัวสี่ค่าจากสมการที่ (13.3) เปลี่ยนมาเป็น Z, Z_m, Z_g, Y ดังปรากฏในสมการที่ (13.4) นอกจากนี้ ลากรางเจียนนี้ยังเขียนได้ในรูปแบบ

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{\text{พจน์ต้าน}} \quad (13.5)$$

โดยที่

$$\mathcal{L}_0 = Z \left(-\frac{1}{2}\partial_\mu\Phi\partial^\mu\Phi - \frac{1}{2}m_1^2\Phi^2 - \frac{1}{3!}\frac{Z_g}{Z}g_1\Phi^3 \right) \quad (13.6)$$

และ

$$\mathcal{L}_{\text{พจน์ต้าน}} = -\frac{1}{2}(Z_m - Z)m_1^2\Phi^2 + Y\Phi \quad (13.7)$$

ก่อนหน้านี้ เราทราบกฎของไฟน์แมนที่เกี่ยวข้องกับลากรางเจียน $\mathcal{L}_0$ มาแล้ว กล่าวคือ เราอาจใช้ผลจากบทที่แล้วมาใช้โดยทำเพียงเปลี่ยนตัวแปรโดย $m \rightarrow m_1$ และ $g \rightarrow Z_g g_1/Z$ และสำหรับลากรางเจียน $\mathcal{L}_{\text{พจน์ต้าน}}$ นั้น เราเรียกว่า ลากรางเจียนพจน์ต้าน (counter-term Lagrangian) ซึ่งเราจะวิเคราะห์กฎของไฟน์แมนสำหรับลากรางเจียนนี้ในลำดับต่อไป

สมการการเคลื่อนที่สำหรับลากรางเจียนในสมการที่ (13.5) คือ

$$\begin{aligned} (\square_x - m_1^2)\Phi(x) &= \frac{1}{2}\frac{Z_g}{Z}g_1\Phi^2(x) + \left(\frac{Z_m}{Z} - 1\right)m_1^2\Phi(x) - \frac{Y}{Z} \\ &\equiv \mathcal{V}[\Phi(x)] \end{aligned} \quad (13.8)$$

บทที่

14

แอมพลิจูดการกระเจิงสำหรับการกระเจิงของสองอนุภาค

ในบทก่อนหน้านี้ เราอภิปรายการคำนวณฟังก์ชัน n จุด โดยเน้นฟังก์ชัน 2 จุด ส่วนจุดยอดของฟังก์ชัน 3 จุด และส่วนจุดยอดของฟังก์ชัน 4 จุด ในบทนี้เราจะเริ่มจากการคำนวณฟังก์ชัน 4 จุด จากนั้นจึงนำผลที่ได้ไปคำนวณแอมพลิจูดการกระเจิง

ก่อนอ่านบทนี้ ผู้อ่านควรมีความรู้มาจากบทที่ 13

14.1 ฟังก์ชัน 4 จุด และแอมพลิจูดการกระเจิง

เราจะเขียนฟังก์ชัน 4 จุด แบบเชื่อมต่อ โดยใช้สมการที่ (13.168) ในกรณีที่ $n = 4$ กล่าวคือ

$$\begin{aligned} & \langle \Omega | T \Phi(x_1) \Phi(x_2) \Phi(x_3) \Phi(x_4) | \Omega \rangle \Big|_{\text{เชื่อมต่อ}} \\ &= \int \frac{d^4 k_1}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 k_3}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 k_4}{(2\pi)^4} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(k_1 + k_2 + k_3 + k_4) \\ & \quad \tilde{G}_{\text{เชื่อมต่อ}}^{(4)}(k_1, k_2, k_3, k_4) e^{-ik_1 \cdot x_1} e^{-ik_2 \cdot x_2} e^{-ik_3 \cdot x_3} e^{-ik_4 \cdot x_4} \end{aligned} \quad (14.1)$$

เนื่องจาก $\langle \Omega | T \Phi(x_1) \Phi(x_2) \Phi(x_3) \Phi(x_4) | \Omega \rangle$ สมมาตรใน x_1, x_2, x_3, x_4 ส่วนเชื่อมต่อของฟังก์ชัน 4 จุด ในปริภูมิโมเมนตัม $\tilde{G}_{\text{เชื่อมต่อ}}^{(4)}(k_1, k_2, k_3, k_4)$ นั้นสมมาตรใน k_1, k_2, k_3, k_4



กฎของไฟน์แมนที่ใช้คำนวณ $\tilde{G}_{\text{เชื่อมต่อ}}^{(4)}(k_1, k_2, k_3, k_4)$ เขียนเป็นแผนภาพได้ว่า

$$\begin{aligned}
 & \text{Diagram 1: } \text{Line with a circle} \rightarrow \tilde{\Delta}_F^{(1)}(-k^2) \\
 & \text{Diagram 2: } \text{Triangle with external lines } k_1, k_2, k_3 \rightarrow -iV(k_1, k_2, k_3) \\
 & \text{Diagram 3: } \text{Square with external lines } k_1, k_2, k_3, k_4 \rightarrow -iV_4(k_1, k_2, k_3, k_4)
 \end{aligned}
 \tag{14.2}$$

โดยแผนภาพแรกใช้แทนส่วนขา ขณะที่แผนภาพที่สองและสามใช้แทนส่วนจุดยอดของฟังก์ชัน 3 จุด และฟังก์ชัน 4 จุด ตามลำดับ สำหรับส่วนขา โมเมนตัมที่ผ่านเข้าและออกมีค่า k เท่ากัน สำหรับส่วนจุดยอดของฟังก์ชัน 3 จุด k_1, k_2, k_3 คือโมเมนตัมที่พุ่งเข้าจุดยอด และในทำนองเดียวกันสำหรับส่วนจุดยอดของฟังก์ชัน 4 จุด k_1, k_2, k_3, k_4 คือโมเมนตัมที่พุ่งเข้าจุดยอด นอกจากนี้โมเมนตัมจะต้องอนุรักษ์ ณ จุดยอด ดังนั้น $k_1 + k_2 + k_3 = 0$ สำหรับส่วนจุดยอดของฟังก์ชัน 3 จุด และ $k_1 + k_2 + k_3 + k_4 = 0$ สำหรับส่วนจุดยอดของฟังก์ชัน 4 จุด

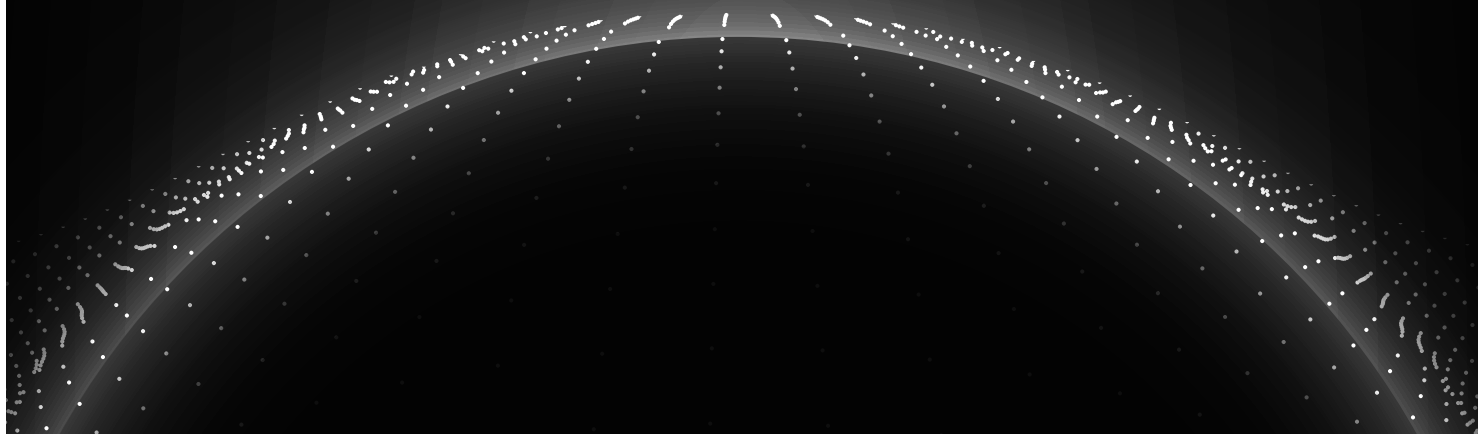
จากสมการที่ (13.158) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 & \tilde{G}_{\text{เชื่อมต่อ}}^{(4)}(k_1, k_2, -p_1, -p_2) \\
 & = \text{Diagram 1} + \text{Diagram 2} + \text{Diagram 3} + \text{Diagram 4}
 \end{aligned}
 \tag{14.3}$$

สังเกตว่า เนื่องจาก p_1 และ p_2 เป็นโมเมนตัมขาออก ดังนั้น จึงปรากฏในอาร์กิวเมนต์ของ $\tilde{G}_{\text{จุดยอด}}^{(4)}$ ว่า $-p_1, -p_2$

ส่วนที่ 4

การวิเคราะห์ พลศาสตร์ไฟฟ้า เชิงควอนตัม



สูตรลดรูปแอลเอสแฮดและสมการไดรังก์ ชวังก์เกอร์สำหรับพลศาสตร์ไฟฟ้าเชิงควอนตัม

ในบทนี้ เราจะวิเคราะห์เบื้องต้นเกี่ยวกับพลศาสตร์ไฟฟ้าเชิงควอนตัม ซึ่งเป็นทฤษฎีที่อธิบายพลวัตและอันตรกิริยาระหว่างสนามเกจและสปีนเนอร์ โดยในบทนี้ เราจะเริ่มจากการเขียนแอคชันในเชิงคลาสสิกก่อน โดยเริ่มจากการพิจารณาแอคชันสำหรับสปีนเนอร์อิสระ แล้วจึงขยายผลทฤษฎีดังกล่าวให้มีสมมาตร $U(1)$ แบบเฉพาะที่ ซึ่งเราจะได้พจน์สำหรับพลวัตของสนามเกจ และพจน์สำหรับอันตรกิริยาระหว่างสนามเกจและสนามสปีนเนอร์เพิ่มเติมเข้ามา หลังจากที่ได้แอคชันสำหรับทฤษฎีสนามคลาสสิกแล้ว เราจะควอนไทซ์โดยทำตามขั้นตอนที่คล้ายคลึงกับการวิเคราะห์ทฤษฎีสนามสเกลาร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ในบทนี้เราจะหาสูตรลดรูปแอลเอสแฮดและสมการไดรังก์-ชวังก์เกอร์สำหรับพลศาสตร์ไฟฟ้าเชิงควอนตัม

ก่อนอ่านบทนี้ ผู้อ่านควรมีความรู้มาจากบทที่ 10, 11, 12 และ 13

15.1 แอคชันสำหรับพลศาสตร์ไฟฟ้าสปีนเนอร์คลาสสิก

เราทราบมาแล้วว่า แอคชันสำหรับสปีนเนอร์อิสระ :

$$S_0 = \int d^4x \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi \quad (15.1)$$

นั้นสมมาตรภายใต้การแปลง $U(1)$ แบบทั่วปริภูมิ (global)

$$\psi(x) \mapsto \psi'(x) = e^{-i\alpha}\psi(x) \quad (15.2)$$

ในที่นี้ $U(1)$ คือ กรุปของจำนวนเชิงซ้อนภายใต้การคูณ โดยสมาชิกใด ๆ เช่น z ต้องสอดคล้องกับ $|z| = 1$ และสำหรับสมบัติการแปลง “แบบทั่วปริภูมิ” นั้นสะท้อนว่าสมาชิก $e^{-i\alpha} \in U(1)$ ไม่ขึ้นกับตำแหน่งในกาลอวกาศ



การยกระดับให้แอคชันสำหรับสปินเนอร์อิสระมีสมมาตรภายใต้การแปลง $U(1)$ แบบเฉพาะที่ (local)

$$\psi(x) \mapsto \psi'(x) = \exp(ie\alpha(x))\psi(x) \quad (15.3)$$

นั้นสามารถทำได้ ในที่นี้ e เป็นประจุอิเล็กตรอน (ซึ่งไม่ควรจะสับสนกับตัวเลขออยเลอร์ $e \approx 2.718$ ซึ่งหากดูจากบริบท เราจะไม่สับสน) สังเกตว่าพจน์ของมวล $-m\bar{\psi}\psi$ นั้นสมมาตรภายใต้การแปลง $U(1)$ แบบเฉพาะที่อยู่แล้ว ในขณะที่พจน์ที่เหลือนั้นไม่สมมาตร พิจารณาการเปลี่ยนแอดชันเป็น

$$S = \int d^4x \, \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi \quad (15.4)$$

โดยที่

$$D_\mu \equiv \partial_\mu - ieA_\mu \quad (15.5)$$

เรียกว่า อนุพันธ์โคแวเรียนต์ (covariant derivative) และ A_μ คือ สนามที่ต้องแปลงภายใต้การแปลงแบบ $U(1)$ แบบเฉพาะที่ ในลักษณะที่ทำให้แอดชันไม่เปลี่ยนแปลง การคำนวณหาการแปลงดังกล่าวของ A_μ เราจะเริ่มจากการสังเกตว่าหากเราบังคับให้

$$D_\mu \psi \mapsto D'_\mu \psi' = \exp(ie\alpha(x)) D_\mu \psi \quad (15.6)$$

จะได้ว่า แอ็คชันตามสมการที่ (15.4) สมมาตรภายใต้การแปลงแบบ $U(1)$ แบบเฉพาะที่ ดังนั้นพิจารณา

$$\begin{aligned} D'_\mu \psi' &= \partial_\mu \psi' - ieA'_\mu \psi' \\ &= \exp(ie\alpha) \partial_\mu \psi + ie\partial_\mu \alpha \exp(ie\alpha) \psi - ieA'_\mu \exp(ie\alpha) \psi \end{aligned} \quad (15.7)$$

และในขณะเดียวกัน

$$\begin{aligned} D'_\mu \psi' &= \exp(i e \alpha(x)) D_\mu \psi \\ &= \exp(i e \alpha(x)) \partial_\mu \psi - i e A_\mu \exp(i e \alpha(x)) \psi. \end{aligned} \quad (15.8)$$

ดังนั้น A_μ จะต้องแปลงโดย

$$A_\mu(x) \mapsto A_\mu(x) + \partial_\mu \alpha(x) \quad (15.9)$$

จากกฎการแปลงข้างต้น เราพบว่า A_μ แปลงลักษณะเดียวกับสนามเกจ ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่า A_μ ในที่นี้คือสนามเกชนั่นเอง นอกจากนี้การแปลงแบบ $U(1)$ แบบเฉพาะที่ที่จึงเป็นการแปลงเกจตามที่เราเคยอภิปรายกันมาแล้ว

เราอาจแก้ไขแอกซันดังสมการที่ (15.4) เพิ่มเติม โดยเติมพจน์ซึ่งไม่เปลี่ยนแปลงภายใต้การแปลงเกจ ซึ่งเราทราบมาแล้วว่า แอกซันสำหรับทฤษฎีแกมกซ์เวลล์นั้นมีสมบัติดังที่ต้องการนี้ ดังนั้น เราจะนำแอกซันดังกล่าว มารวมกับแอกซันในสมการที่ (15.4) ซึ่งจะได้ว่า

$$S = \int d^4x \left(\bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \right) \quad (15.10)$$

กระบวนการการกระเจิงที่ระดับต้นไม่

ในบทที่แล้ว เราอภิปรายสูตรลดรูปแอลเอสเชดและสมการไดสัน-ชวิงเกอร์สำหรับทฤษฎีพลศาสตร์ไฟฟ้าเชิงควอนตัม ในบทนี้เราจะนำผลดังกล่าวมาใช้ในการคำนวณกระบวนการการกระเจิงที่ระดับต้นไม่ โดยจะเน้นการคำนวณหาแอมพลิจูดการกระเจิงและภาคตัดขวางการกระเจิง

ก่อนอ่านบทนี้ ผู้อ่านควรมีความรู้มาจากบทที่ 15

16.1 แอมพลิจูดการกระเจิงในอันดับของ e^0

ในการคำนวณในบทนี้ เราจะใช้สมการไดสัน-ชวิงเกอร์สำหรับปริมาณบรรทัดฐานใหม่ กล่าวคือ แทนที่สนามบรรทัดฐานใหม่ด้วยสนามเปลือย แทนที่ e_1 ด้วย e แทนที่ m_1 ด้วย m และแทนที่ Z_e, Z_ψ, Z_A, Z_m ด้วย 1 เพื่อเตรียมพร้อมสำหรับการคำนวณหลัก ในบทย่อยนี้เราจะเขียนสูตรสำหรับฟังก์ชัน n จุดของพลศาสตร์ไฟฟ้าเชิงควอนตัมโดยกระจายในอันดับของเลขชี้กำลังของ e แล้วพิจารณาเฉพาะอันดับ e^0

ในลำดับแรก เราจะเขียนสมการที่ (15.140), (15.141) และ (15.144) โดยใช้ปริมาณเปลือย ซึ่งจะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 & (i\cancel{\partial} - m)_\gamma^\alpha \langle \Omega | T \psi_\alpha(x) \psi_{\alpha_1}(x_1) \cdots \psi_{\alpha_{n-1}}(x_{n-1}) \bar{\psi}^{\beta_1}(y_1) \cdots \bar{\psi}^{\beta_n}(y_n) A \cdots | \Omega \rangle \\
 &= -e \langle \Omega | T (A(x) \psi(x))_\gamma \psi_{\alpha_1}(x_1) \cdots \psi_{\alpha_{n-1}}(x_{n-1}) \bar{\psi}^{\beta_1}(y_1) \cdots \bar{\psi}^{\beta_n}(y_n) A \cdots | \Omega \rangle \\
 &+ i \sum_{k=1}^n \delta_\gamma^{\beta_k} (-1)^{k+n} \delta^{(4)}(x - y_k) \times \\
 &\quad \langle \Omega | T \psi_{\alpha_1}(x_1) \cdots \psi_{\alpha_{n-1}}(x_{n-1}) \bar{\psi}^{\beta_1}(y_1) \cdots \widehat{\bar{\psi}^{\beta_k}(y_k)} \cdots \bar{\psi}^{\beta_n}(y_n) A \cdots | \Omega \rangle,
 \end{aligned} \tag{16.1}$$



$$\begin{aligned}
 & \langle \Omega | T \psi_{\alpha_1}(x_1) \cdots \psi_{\alpha_n}(x_n) \bar{\psi}^{\beta_1}(y_1) \cdots \bar{\psi}^{\beta_{n-1}}(y_{n-1}) \bar{\psi}^{\beta}(y) A \cdots | \Omega \rangle (i \overleftarrow{\not{D}} + m_1)_{\beta}^{\gamma} \\
 &= e \langle \Omega | T \psi_{\alpha_1}(x_1) \cdots \psi_{\alpha_n}(x_n) \bar{\psi}^{\beta_1}(y_1) \cdots \bar{\psi}^{\beta_{n-1}}(y_{n-1}) (\bar{\psi}(y) \not{A}(y))^{\gamma} A \cdots | \Omega \rangle \\
 &+ i \sum_{k=1}^n \delta_{\alpha_k}^{\gamma} (-1)^k \delta^{(4)}(y - x_k) \times \\
 &\quad \langle \Omega | T \psi_{\alpha_1}(x_1) \cdots \widehat{\psi_{\alpha_k}(x_k)} \cdots \psi_{\alpha_n}(x_n) \bar{\psi}^{\beta_1}(y_1) \cdots \bar{\psi}^{\beta_{n-1}}(y_{n-1}) A \cdots | \Omega \rangle,
 \end{aligned} \tag{16.2}$$

$$\begin{aligned}
 & \square_x \langle \Omega | T A_{\mu}(x) A_{\mu_1}(x_1) \cdots A_{\mu_n}(x_n) \psi \cdots \bar{\psi} \cdots | \Omega \rangle \\
 &= -e \langle \Omega | T j_{\mu}(x) A_{\mu_1}(x_1) \cdots A_{\mu_n}(x_n) \psi \cdots \bar{\psi} \cdots | \Omega \rangle \\
 &+ i \sum_{k=1}^n \delta^{(4)}(x - x_k) \eta_{\mu\mu_k} \langle \Omega | T A_{\mu_1}(x_1) \cdots \widehat{A_{\mu_k}(x_k)} \cdots A_{\mu_n}(x_n) \psi \cdots \bar{\psi} \cdots | \Omega \rangle
 \end{aligned} \tag{16.3}$$

โดยที่

$$j^{\mu}(x) = \bar{\psi}(x) \gamma^{\mu} \psi(x) \tag{16.4}$$

จากสมการที่ (16.1) และ (15.148) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 & \langle \Omega | T \psi_{\alpha_1}(x_1) \psi_{\alpha_2}(x_2) \cdots \psi_{\alpha_n}(x_n) \bar{\psi}^{\beta_1}(y_1) \cdots \bar{\psi}^{\beta_n}(y_n) A \cdots | \Omega \rangle \\
 &= \sum_{k=1}^n (S_{xy})_{\alpha_1}^{\beta_k} (-1)^{k+n} \times \\
 &\quad \langle \Omega | T \psi_{\alpha_2}(x_2) \cdots \psi_{\alpha_n}(x_n) \bar{\psi}^{\beta_1}(y_1) \cdots \widehat{\bar{\psi}^{\beta_k}(y_k)} \cdots \bar{\psi}^{\beta_n}(y_n) A \cdots | \Omega \rangle
 \end{aligned} \tag{16.5}$$

$$+ \mathcal{O}(e)$$

โดยที่

$$S_{xy} \equiv S_F(x - y; m) \tag{16.6}$$

สังเกตว่าแต่ละพจน์ที่อันดับ e^0 ในสมการที่ (16.5) นั้น เกิดจากการจับคู่ของ $\psi_{\alpha_1}(x_1)$ กับ $\bar{\psi}^{\beta_k}(y_k)$ แล้วเปลี่ยนเป็น $(S_{x_1 y_k})_{\alpha_1}^{\beta_k}$ โดย $k = 1, \dots, n$ นอกจากนี้ยังต้องคำนึงถึงเครื่องหมายด้วย โดยเลื่อน $\psi_{\alpha_1}(x_1)$ ไปอยู่ทางด้านขวาของ $\psi_{\alpha_n}(x_n)$ ซึ่งใช้การเลื่อนทั้งหมด $n-1$ ครั้ง และเลื่อน $\bar{\psi}^{\beta_k}(y_k)$ ไปอยู่ทางด้านซ้ายของ $\bar{\psi}^{\beta_1}(y_1)$ ซึ่งใช้การเลื่อนทั้งหมด $k-1$ ครั้ง ดังนั้น เครื่องหมายคือ $(-1)^{n+k-2} = (-1)^{n+k}$ ซึ่งจะได้ว่า ผลที่กล่าวมาข้างต้นคือกฎสำหรับการหดตัวแบบวิก ดั้งนั้น หากเรานำสมการที่ (16.5) มาใช้ซ้ำ ๆ ผลสุดท้ายจะเป็นการใช้การหดตัวแบบวิกทั้งหมด n ครั้ง ซึ่งเป็นการนำสปินเนอร์ทั้งหมดมาจับคู่กับสปินเนอร์สังยุคทั้งหมด ซึ่งลดรูปฟังก์ชัน n จุดให้เหลืออยู่ในรูป $\langle \Omega | T A^{\mu_1}(x_1) A^{\mu_2}(x_2) \cdots A^{\mu_{n'}}(x_{n'}) | \Omega \rangle$

จากสมการที่ (16.3) และ (15.152) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 & \langle \Omega | T A^{\mu_1}(x_1) A^{\mu_2}(x_2) \cdots A^{\mu_{n'}}(x_{n'}) | \Omega \rangle \\
 &= \sum_{k=2}^n \Delta_{x_1 x_k}^{\mu_1 \mu_k} \langle \Omega | T A^{\mu_2}(x_2) \cdots \widehat{A^{\mu_k}(x_k)} \cdots A^{\mu_{n'}}(x_{n'}) | \Omega \rangle + \mathcal{O}(e)
 \end{aligned} \tag{16.7}$$

ฟังก์ชัน n จุด สำหรับพลศาสตร์ไฟฟ้า เชิงควอนตัม

ในบทนี้ เราจะวิเคราะห์ฟังก์ชัน n จุด สำหรับพลศาสตร์ไฟฟ้าเชิงควอนตัม โดยเน้นกรณี $n = 2, 3$ ซึ่งเราจะใช้ตัวแทนสเปกตรัมของคาลเลนและลีห์มานเพื่อคำนวณหา Z_m, Z_ψ, Z_A จนถึงระดับ 1 วง และใช้เงื่อนไขสำหรับฟังก์ชันจุดยอด 3 ขา เพื่อคำนวณหา Z_e จนถึงระดับ 1 วง นอกจากนี้ เราจะอภิปรายการคำนวณค่าตัวคูณจีของแลนเดที่ระดับ 1 วง

ก่อนอ่านบทนี้ ผู้อ่านควรมีความรู้มาจากบทที่ 16

17.1 ฟังก์ชัน 2 จุด

เราจะใช้สมการไดสัน-ชวริงเกอร์และสมการที่ (15.148), (15.150) และ (15.152) เพื่อคำนวณฟังก์ชัน n จุด ในอันดับของเลขชี้กำลังของ e_1 โดยในบทย่อๆนี้ เราจะพิจารณาฟังก์ชัน 2 จุด ก่อน จากกฎการอนุรักษ์ประจุจะได้ว่ามีฟังก์ชัน 2 จุด เพียงสองชนิดเท่านั้น ซึ่งได้แก่

$$\langle \Omega | T \Psi(x_1) \bar{\Psi}(x_2) | \Omega \rangle, \quad (17.1)$$

$$\langle \Omega | T \mathcal{A}^\mu(x_1) \mathcal{A}^\nu(x_2) | \Omega \rangle \quad (17.2)$$

17.1.1 ฟังก์ชัน 2 จุด สำหรับสปินเนอร์

เราจะเริ่มจากสมการที่ (17.1) จากสมการที่ (15.148) และ (15.140) จะได้

$$\begin{aligned} \langle \Omega | T \Psi_\alpha(x) \bar{\Psi}^\beta(y) | \Omega \rangle &= \frac{1}{Z_\psi} (S_{xy})_{\alpha}{}^{\beta} \\ &+ i \frac{Z_e}{Z_\psi} e_1 \int d^4 z (S_{xz})_{\alpha}{}^{\alpha'} \langle \Omega | T (\mathcal{A}(z) \Psi(z))_{\alpha'} \bar{\Psi}^\beta(y) | \Omega \rangle \\ &- i \left(\frac{Z_m}{Z_\psi} - 1 \right) m_1 \int d^4 z (S_{xz})_{\alpha}{}^{\alpha'} \langle \Omega | T \Psi(z)_{\alpha'} \bar{\Psi}^\beta(y) | \Omega \rangle \end{aligned} \quad (17.3)$$



โดยในที่นี้เราใช้การย่อ $(S_{xy})_{\alpha}^{\beta} \equiv S_F(x-y; m_1)_{\alpha}^{\beta}$ ในขั้นต่อมา เราจะต้องคำนวณฟังก์ชัน 3 จุด ที่ปรากฏอยู่ทางด้านขวามือของสมการข้างต้น จากสมการที่ (15.152) และ (15.144) จะได้

$$\begin{aligned} \langle \Omega | T(\mathcal{A}(z)\Psi(z))_{\alpha'} \bar{\Psi}^{\beta}(y) | \Omega \rangle \\ = i \frac{Z_e}{Z_A Z_{\psi}} e_1 (\gamma_{\mu})_{\alpha'}^{\alpha''} \int d^4 w \Delta_{zw}^{\mu\mu'} \langle \Omega | T j_{\mu'}(w) \Psi_{\alpha''}(z) \bar{\Psi}^{\beta}(y) | \Omega \rangle \end{aligned} \quad (17.4)$$

โดยเราใช้การย่อ $\Delta_{zw}^{\mu\mu'} \equiv \Delta_F^{\mu\mu'}(z-w)$ เมื่อนำสมการที่ (17.4) แทนกลับเข้าไปในสมการที่ (17.3) จะได้

$$\begin{aligned} \langle \Omega | T \Psi_{\alpha}(x) \bar{\Psi}^{\beta}(y) | \Omega \rangle \\ = \frac{1}{Z_{\psi}} (S_{xy})_{\alpha}^{\beta} \\ - \frac{(Z_e e_1)^2}{Z_A Z_{\psi}^2} \int d^4 z \int d^4 w (S_{xz} \gamma_{\mu})_{\alpha}^{\alpha'} \Delta_F^{\mu\mu'}(z-w) \langle \Omega | T j_{\mu'}(w) \Psi_{\alpha'}(z) \bar{\Psi}^{\beta}(y) | \Omega \rangle \\ - i \left(\frac{Z_m}{Z_{\psi}} - 1 \right) m_1 \int d^4 z (S_{xz})_{\alpha}^{\alpha'} \langle \Omega | T \Psi(z)_{\alpha'} \bar{\Psi}^{\beta}(y) | \Omega \rangle \end{aligned} \quad (17.5)$$

เราต้องการกระจายสมการที่ (17.5) ถึงอันดับของ e_1^2 โดยเราจะเริ่มจากการกระจายฟังก์ชัน 4 จุด ในพจน์ที่สองจนถึงอันดับของ e_1^0 ซึ่งเราอาจใช้แนวคิดที่อธิบายไว้ในบทย่อที่ 16.1 ได้ ซึ่งจะได้ว่า

$$\langle \Omega | T j_{\mu'}(w) \Psi_{\alpha'}(z) \bar{\Psi}^{\beta}(y) | \Omega \rangle = \frac{1}{Z_{\psi}} (S_{zw} \gamma_{\mu'} S_{wy})_{\alpha'}^{\beta} - \frac{1}{Z_{\psi}} (S_{ww} \gamma_{\mu'})_{\gamma}^{\gamma} (S_{zy})_{\alpha'}^{\beta} + \mathcal{O}(e_1) \quad (17.6)$$

หลังจากแทนค่าลงในสมการที่ (17.5) และดำเนินการเพิ่มเติม ในที่สุดจะได้

$$\begin{aligned} \langle \Omega | T \Psi_{\alpha}(x) \bar{\Psi}^{\beta}(y) | \Omega \rangle \\ = \frac{1}{Z_{\psi}} (S_{xy})_{\alpha}^{\beta} \\ - \frac{(Z_e e_1)^2}{Z_{\psi}^3 Z_A} \int d^4 z \int d^4 w (S_{xz} \gamma_{\mu})_{\alpha}^{\alpha'} \Delta_{zw}^{\mu\mu'} (S_{zw} \gamma_{\mu'} S_{wy})_{\alpha'}^{\beta} \\ + \frac{(Z_e e_1)^2}{Z_{\psi}^3 Z_A} \int d^4 z \int d^4 w (S_{xz} \gamma_{\mu})_{\alpha}^{\alpha'} \Delta_{zw}^{\mu\mu'} (S_{ww} \gamma_{\mu'})_{\gamma}^{\gamma} (S_{zy})_{\alpha'}^{\beta} \\ - i \left(\frac{Z_m}{Z_{\psi}} - 1 \right) m_1 \frac{1}{Z_{\psi}} \int d^4 z (S_{xz} S_{zy})_{\alpha}^{\beta} + \mathcal{O}(e_1^3) \end{aligned} \quad (17.7)$$

โดยหลักการแล้วเราอาจกระจาย Z_{ψ}, Z_A, Z_m, Z_e ในเลขชี้กำลังของ e_1 เช่นกัน แต่เพื่อความสะดวกเราจะไม่กระจายปริมาณเหล่านี้

ส่วนที่ 5

ทิศทางการพัฒนา
ทฤษฎีสนามควอนตัม

ตัวอย่างทิศทางการพัฒนา ทฤษฎีสนามควอนตัม

ทฤษฎีสนามควอนตัม เป็นทฤษฎีที่พัฒนามาอย่างยาวนาน แนวคิด และการคำนวณในหัวข้อต่าง ๆ ที่อภิปรายไปก่อนหน้านี้ในหนังสือเล่มนี้ล้วนมีประโยชน์ในการศึกษาทฤษฎีสนามควอนตัม อย่างไรก็ตาม เนื่องจากหนังสือเล่มนี้อภิปรายประเด็นต่าง ๆ โดยละเอียด เพื่อหวังให้เป็นประโยชน์ต่อผู้อ่านที่ไม่เคยมีพื้นฐานทางด้านทฤษฎีสนามควอนตัมมาก่อน ดังนั้น จึงยังมีหัวข้ออีกเป็นจำนวนมากที่หนังสือเล่มนี้ไม่ได้กล่าวถึง บทนี้จะเสนอตัวอย่างทิศทางการพัฒนาทฤษฎีสนามควอนตัม ซึ่งจะเป็นการกล่าวโดยย่อถึงบางหัวข้อที่หนังสือเล่มนี้ยังไม่ได้อภิปราย ซึ่งหากต้องการอธิบายแต่ละหัวข้อเหล่านี้โดยละเอียด จะต้องอธิบายในหลายบทของหนังสือ หรือเป็นหัวข้อสำหรับหนังสือทั้งเล่มได้ ในอนาคตผู้เขียนอาจเขียนหนังสือที่อภิปรายหัวข้อเหล่านี้

ผู้อ่านควรมีความรู้พื้นฐานมาจากทุกบทก่อนหน้านี้ในหนังสือเล่มนี้ อย่างไรก็ตาม เนื่องจากบทนี้เป็นเชิงบรรยาย จึงมีวิธีการอ่านได้หลากหลาย เช่น ผู้อ่านอาจอ่านบทนี้ทันทีที่ต้องการ แล้วย้อนกลับไปอ่านบทต่าง ๆ ก่อนหน้านี้เพื่อทำความเข้าใจคำศัพท์บางคำ แล้วจึงย้อนกลับมาอ่านบทนี้ใหม่

18.1 วิธีการอื่นในการคำนวณฟังก์ชัน n จุด

ในหนังสือเล่มนี้เราเสนอวิธีการคำนวณฟังก์ชัน n จุด โดยใช้สมการไดแร็กชัน-ชวิงเงอร์ ที่จริงแล้วการคำนวณฟังก์ชัน n จุด สามารถทำได้โดยใช้วิธีอื่นเช่นกัน ในที่นี้เราจะเสนอสองวิธีอันได้แก่ รูปนัยนิยมตัวดำเนินการ (operator formalism) และ รูปนัยนิยมปริพันธ์ตามวิถี (path integral formalism) โดยเราจะกล่าวถึงสองวิธีนี้โดยย่อเท่านั้น

ในการศึกษาการวิวัฒนาการของสถานะในกลศาสตร์ควอนตัมมักใช้มุมมองสองมุมมอง มุมมองแรกเรียกว่า ภาพชโรดิงเงอร์ (Schrödinger picture) โดยมองว่าเค้ทเปลี่ยนไปตามเวลาโดยอาศัยแฮมิลโทเนียนของระบบ ขณะที่ตัวดำเนินการไม่เปลี่ยนไปตามเวลา อีกมุมมองหนึ่งเรียกว่า ภาพไฮเซนเบิร์ก (Heisenberg picture) โดยมองว่าเค้ทไม่เปลี่ยนไปตามเวลา ขณะที่ตัวดำเนินการเปลี่ยนไปตามเวลาโดยอาศัยแฮมิลโทเนียนของระบบ สำหรับในทฤษฎีสนามควอนตัม มีอีกมุมมองหนึ่งที่เรียกว่า ภาพอันตรกิริยา (interaction picture) ในมุมมองนี้แบ่ง



ฮามิลโทเนียนออกเป็นสองส่วน

$$H = H_0 + H_1 \quad (18.1)$$

โดยที่ H_0 เป็นส่วนที่ตรงกับฮามิลโทเนียนของระบบอิสระ ขณะที่ H_1 เป็นส่วนอันตรกิริยา ในมุมมองนี้มองว่าทั้งเค้และตัวดำเนินการเปลี่ยนไปตามเวลา โดยที่การวิวัฒนาการของตัวดำเนินการเกิดขึ้นจาก H_0 เท่านั้น ขณะที่การวิวัฒนาการของเค้ต้องใช้ H_1 เข้าร่วมด้วย ตัวดำเนินการและเค้ในภาพอันตรกิริยาสามารถเขียนได้ในรูปของตัวดำเนินการและเค้ในภาพชโรดิงเงอร์หรือภาพไฮเซนเบิร์กได้เสมอ

สูตรการคำนวณฟังก์ชัน n จุด โดยใช้รูปนัยนิยามตัวดำเนินการคือ

$$\langle \Omega | T \phi(x_1) \cdots \phi(x_n) | \Omega \rangle = \lim_{\tau \rightarrow \infty(1-i\epsilon)} \frac{\langle 0 | T \phi_I(x_1) \cdots \phi_I(x_n) \exp \left(-i \int_{-\tau}^{\tau} dt H_I(t) \right) | 0 \rangle}{\langle 0 | T \exp \left(-i \int_{-\tau}^{\tau} dt H_I(t) \right) | 0 \rangle} \quad (18.2)$$

โดยที่ $\phi_I(x)$ คือ สนามในภาพอันตรกิริยา, $|0\rangle$ คือ สถานะสูญญากาศสำหรับทฤษฎีที่มีฮามิลโทเนียนคือ H_0 และ $H_I(t)$ คือ ฮามิลโทเนียนส่วนอันตรกิริยาในภาพอันตรกิริยา เราอธิบายแนวคิดของการคำนวณตามวิธีการนี้โดยใช้ตัวอย่างของทฤษฎี ϕ^3 ซึ่งทฤษฎีที่นอกเหนือจากนี้ก็ใช้การคำนวณโดยอาศัยหลักการที่คล้ายคลึงกันสำหรับทฤษฎี ϕ^3 จะได้ว่า (เราพิจารณากรณีอย่างง่ายโดยไม่ใช้การทำให้เป็นบรรทัดฐานใหม่)

$$H_I(t) = \frac{1}{3!} g \int d^3 \vec{x} \phi_I^3(t, \vec{x}) \quad (18.3)$$

ดังนั้น

$$\langle \Omega | T \phi(x_1) \cdots \phi(x_n) | \Omega \rangle = \lim_{\tau \rightarrow \infty(1-i\epsilon)} \frac{\langle 0 | T \phi_I(x_1) \cdots \phi_I(x_n) \exp \left(-\frac{ig}{3!} \int_{-\tau}^{\tau} dz^0 d^3 \vec{z} \phi_I^3(z) \right) | 0 \rangle}{\langle 0 | T \exp \left(-\frac{ig}{3!} \int_{-\tau}^{\tau} dz^0 d^3 \vec{z} \phi_I^3(z) \right) | 0 \rangle} \quad (18.4)$$

การคำนวณด้านขวามือของสมการข้างต้น เราต้องคำนวณ

$$\langle 0 | T \phi_I(x_1) \cdots \phi_I(x_n) | 0 \rangle \quad (18.5)$$

โดยมีหลักการคือ $\phi_I(x)$ สามารถเขียนได้ในรูปของตัวดำเนินการสร้างและตัวดำเนินการทำลายเทียบกับสถานะสูญญากาศ $|0\rangle$ ได้ ซึ่งในที่สุดแล้วจะได้ว่า

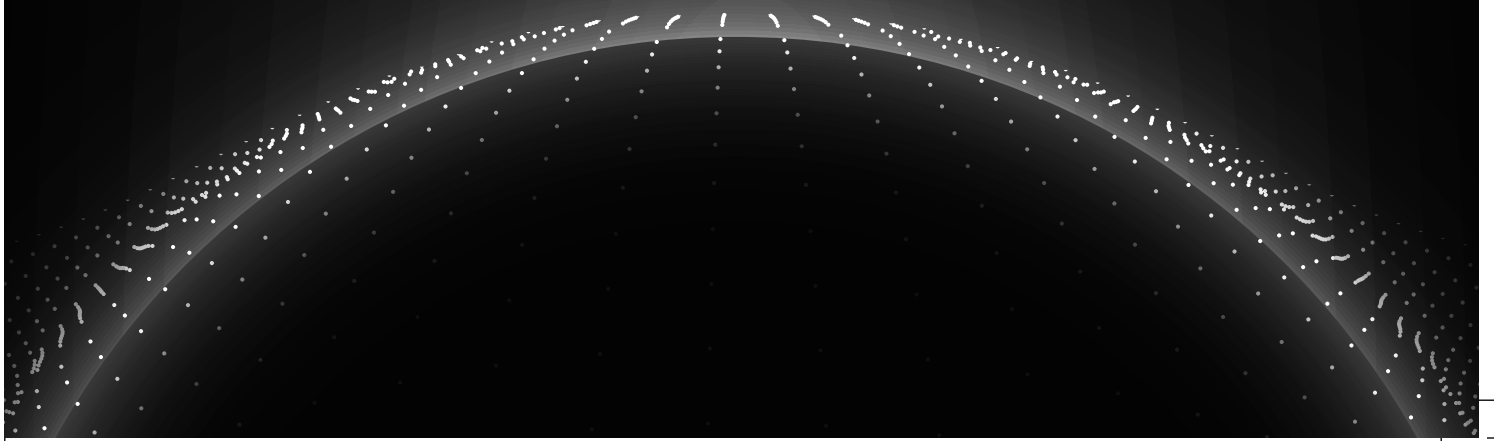
$$\langle 0 | T \phi_I(x_1) \cdots \phi_I(x_n) | 0 \rangle = \begin{cases} 0 & n \text{ เป็นจำนวนคี่} \\ \text{การหดตัว } n/2 \text{ ครั้ง ทั้งหมดที่เป็นไปได้} & n \text{ เป็นจำนวนคู่} \end{cases} \quad (18.6)$$

โดยในที่นี้ การหดตัว หมายถึง การหดตัวแบบวิก ยกตัวอย่างเช่น

$$\begin{aligned} \langle 0 | T \phi_I(x_1) \phi_I(x_2) | 0 \rangle &= \langle 0 | T \overline{\phi_I(x_1) \phi_I(x_2)} | 0 \rangle \\ &= D_F(x_1 - x_2; m^2) \end{aligned} \quad (18.7)$$

ซึ่งจากการใช้สมการที่ (18.4) และสมการที่ (18.6) แล้วกระจายในเลขชี้กำลังของ g จะได้ฟังก์ชัน n จุดที่สอดคล้องกับวิธีที่ใช้สมการไดสัน-ซวิงเกอร์

ກາດຟຸນວຽກ



ก

อนุพันธ์เทียบเวลาของฟังก์ชัน n จุด

ในขั้นตอนหนึ่งของการหาสมการไดรังก์ชัน-ชวังก์เกอร์ เราพบว่า เราต้องคำนวณอนุพันธ์เทียบเวลาของฟังก์ชัน n จุด ซึ่งอนุพันธ์เทียบเวลานี้จะกระทำกับสนามและฟังก์ชันขึ้นบันไดของเฮฟวิไซด์ ซึ่งมาจากนิยามของผลคูณจัดลำดับเวลา การหาอนุพันธ์ของสนามเทียบกับเวลานั้นทำได้โดยง่าย แต่การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันขึ้นบันไดของเฮฟวิไซด์เทียบเวลาจะค่อนข้างซับซ้อนโดยเฉพาะกรณี $n > 2$

ในภาคผนวกนี้ เราจะหาสูตรสำหรับอนุพันธ์เทียบเวลาของฟังก์ชัน $n + 1$ จุด

$$\partial_0 \langle \Omega | T A(x) A_1(x_1) \cdots A_n(x_n) | \Omega \rangle \quad (ก.1)$$

โดยที่ $A(x), A_1(x_1), \dots, A_n(x_n)$ คือตัวดำเนินการสนาม ซึ่งแต่ละตัวดำเนินการอาจจะเป็นโบซอนหรือเฟอร์มิออนก็ได้ สำหรับในหนังสือเล่มนี้ สนามสเกลาร์และสนามเกจเป็นตัวดำเนินการโบซอน ในขณะที่สนามสปินเนอร์เป็นตัวดำเนินการเฟอร์มิออน เราจะเขียน $A(x)$ โดยย่อว่า A และเขียน $A_i(x_i)$ โดยย่อว่า A_i เราจะย่อ $\Theta(x_i^0 - x_j^0)$ เป็น θ_{ij} ย่อ $\Theta(x^0 - x_i^0)$ เป็น θ_{0i} และย่อ $\Theta(x_i^0 - x^0)$ เป็น θ_{i0} นอกจากนี้เราจะย่อ $\delta(x_i^0 - x_j^0)$ เป็น Δ_{ij} และย่อ $\delta(x^0 - x_i^0)$ เป็น Δ_{0i}

เราจะเริ่มพิจารณาจากกรณีที่ตัวดำเนินการสนามทั้งหมดเป็นโบซอน

ก.1 กรณีที่สนามทั้งหมดเป็นโบซอน

พิจารณากรณีที่สนามทั้งหมดเป็นโบซอน และในกรณีที่ $[A(x^0, \vec{x}), A_j(x^0, \vec{x}_j)]$ แปรผันตรงกับตัว

การใช้สมการไคลน์-ชวิงเกอร์ สำหรับสร้างแผนภาพไฟน์แมน

ข.1 ทฤษฎี ϕ^3 โดยใช้สนามเปลี่ยน

พิจารณาทฤษฎี ϕ^3 ที่มีลากรางเจียน

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \frac{1}{2}m^2\phi^2 - \frac{1}{3!}g\phi^3 \quad (\text{ข.1})$$

สมการการเคลื่อนที่สำหรับลากรางเจียนนี้คือ

$$(\square_x - m^2)\phi(x) = \frac{1}{2}g\phi^2(x) \quad (\text{ข.2})$$

ฟังก์ชันของกรีน D_{xy} สอดคล้องกับ

$$(\square_x - m^2)D_{xy} = i\delta^{(4)}(x - y) \quad (\text{ข.3})$$

นอกจากนี้ฟังก์ชันของกรีนยังมีสมบัติคือ $D_{xy} = D_{yx}$

เราจะเขียนฟังก์ชัน n จุดว่า

$$G(x_1, \dots, x_n) \equiv \langle \Omega | T \phi(x_1) \cdots \phi(x_n) | \Omega \rangle \quad (\text{ข.4})$$

เมื่อนำ $(\square_x - m^2)$ มากระทำกับ $G(x_1, \dots, x_n)$ จะได้สมการไคลน์-ชวิงเกอร์ คือ

$$(\square_x - m^2)G(x, x_1, \dots, x_n) = \frac{1}{2}gG(x, x, x_1, \dots, x_n) + i \sum_{j=1}^n \delta^{(4)}(x - x_j)G(x_1, \dots, \hat{x}_j, \dots, x_n) \quad (\text{ข.5})$$

พิจารณา

$$\begin{aligned} G(x, x_1, \dots, x_n) &= \int d^4y \delta^{(4)}(x - y)G(y, x_1, \dots, x_n) \\ &= \int d^4y (-i)(\square_y - m^2)D_{xy}G(y, x_1, \dots, x_n) \\ &= \int d^4y (-i)D_{xy}(\square_y - m^2)G(y, x_1, \dots, x_n) \end{aligned} \quad (\text{ข.6})$$



เฉลยโจทย์ปัญหา

ค.1 เฉลยบทที่ 2

$$2.2 \quad \Theta(2x) = \Theta(x)$$

$$2.4 \quad f(x) = g(x)\Theta(x-3) + h(x)\Theta(3-x)$$

2.6 สำหรับฟังก์ชันประพจน์ตัวใด ๆ เช่น $f(x)$ พิจารณา

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} dx x^n \delta'(x) f(x) &= \cancel{x^n \delta(x) f(x)} \Big|_{-\infty}^{\infty} - \int_{-\infty}^{\infty} dx (nx^{n-1} f(x) + x^n f'(x)) \delta(x) \\ &= -(nx^{n-1} f(x) + x^n f'(x)) \Big|_{x=0} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (\text{ค.1})$$

โดยในขั้นสุดท้ายเราใช้ผลที่ว่า $x^{n-1}|_{x=0} = 0$ เมื่อ $n > 1$

2.8

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \delta_{\epsilon}(x) e^{2ax} = e^{a^2 \epsilon^2} \quad (\text{ค.2})$$

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \int_{-\infty}^{\infty} dx \delta_{\epsilon}(x) e^{2ax} = 1 \quad (\text{ค.3})$$

2.10 จากสมการที่ (2.38) โดยที่ $f(x) = x^2 - a^2$ จะได้

$$\begin{aligned} \delta(x^2 - a^2) &= \frac{\delta(x-a)}{|f'(a)|} + \frac{\delta(x+a)}{|f'(-a)|} \\ &= \frac{\delta(x-a) + \delta(x+a)}{2a} \end{aligned} \quad (\text{ค.4})$$

ตามที่ต้องการ

ดัชนี

กฎของพอยน์แมน, 261, 285, 297–298,
300–302, 324–325, 332–333,
379–380, 387, 411–413, 420,
471, 475

กระแสน้ำ, 134–135, 137, 141, 212,
237, 255, 349

กราวิตอน, 455

กลไกฮิกส์, 5, 442, 444–445, 447, 449,
451–452, 459

กลศาสตร์คลาสสิก, 3–4, 122–123, 130

กลศาสตร์ควอนตัม, 3–9, 27–50, 400

เชิงสัมพัทธภาพ, 119–121, 146, 165

กลูออน, 447

การกระจายโหมด, 127, 238–242, 245, 360,
457

การกระเจิงคอมป์ตัน, 376–386

การกระเจิงภาว, 386–393

การกระเจิงโมเลกุล, 398–400

การกำหนดพารามิเตอร์ของฮิงเกอร์, 309,
320, 323

(ดูเพิ่มเติม พารามิเตอร์ของฮิงเกอร์)

การควอนไทซ์ของกุปตา-บอสเลอร์, 244

การควอนไทซ์ครั้งที่สอง, 8–9

การควอนไทซ์แบบบัญญัติ, 8–10, 141–146,
243–254, 261–268

การควอนไทซ์แบบปริพันธ์ตามวิถี (ดูที่ รูปนัย
นิยมปริพันธ์ตามวิถี)

การแจกแจงปัวซอง, 40

การตริงเกจ, 234–236, 349

การต่อเนื่องวิเคราะห์, 313

การแตกตัวเกิดเองของสมมาตร, 442–444

การทำให้เป็นบรรทัดฐานใหม่, 10, 364, 414,
416

การทำให้เป็นแบบบรรทัดฐาน, 30

การทำให้เป็นปกติเชิงมิติ, 309, 311, 321

การประมาณบอร์น, 110, 112, 402



220, 265, 267

- แคลคูลัสของการแปรผัน, 122
- โครเนกเกอร์เดลตา, 56, 69
- เงื่อนไขเกจคูมบ์, 234–235
- เงื่อนไขเกจลอเรนซ์, 235–236, 238, 243–244
- เงื่อนไขเริ่มต้น, 76
- จุดภายนอก, 285, 325, 379
- จุดภายใน, 285
- จุดยอดสำหรับพจน์ด้าน, 298, 302, 325–326, 411, 474
- จุดยอดสำหรับอันตรกิริยา, 298, 302, 325
- จุดแยกสาขา, 316–317
- ช่องทางที่, 334
- ช่องทางยู, 334
- ช่องทางเอส, 334
- ขึ้นประกอบปริมาตร, 93, 311, 341
- เชิงเส้นสังยุค, 30
- ซิกเนเจอร์, 12, 55, 166
- เซตย่อยเปิดเชื่อมโยงเดียว, 83–84
- เซตโบซอน, 449–450
- ฐานหลัก, 28, 169, 241
- ฐานหลักเชิงตั้งฉากปกติ, 31, 37, 39, 169, 180, 361
- ดับเบิลยูโบซอน, 449–450, 452
- ไดเวอร์เจนซ์รวม, 133
- ตัดขา, 319, 322, 334–335, 425, 427, 432
- ตัวก่อกำเนิด, 129–130, 441, 448
- ตัวแกว่งฮาร์มอนิกเชิงควอนตัม, 39, 44–46, 179
- ตัวคงค่า, 76, 98, 231–232
- ตัวคูณจีของแลนเด, 405, 433
- ตัวดำเนินการจัดลำดับเวลา, 153, 272
- ตัวดำเนินการจำนวน, 45, 143–144
- ตัวดำเนินการเชิงเส้น, 32–38
- ตัวดำเนินการเชิงเส้นสังยุค, 180–182
- ตัวดำเนินการทำลาย, 142, 158, 214–217, 245, 263
- ตัวดำเนินการเพิ่มค่า, 46
- ตัวดำเนินการโมเมนตัมเชิงมุมวงโคจร, 200
- ตัวดำเนินการโมเมนตัมเชิงมุมสปีด, 68, 199
- ตัวดำเนินการลดค่า, 46
- ตัวดำเนินการศูนย์, 32
- ตัวดำเนินการสปิน, 200, 203
- ตัวดำเนินการสร้าง, 142, 158, 214–217, 245, 263
- ตัวดำเนินการเอกลักษณ์, 32
- ตัวดำเนินการเฮอริมิเชียน, 36, 45, 68, 164
- ตัวทำทวนสลับที่, 164
- ตัวทำสลับที่, 9, 32–33
- ตัวแทนดิแรก, 165
- ตัวแทนปริภูมิพิกัด, 44, 403
- ตัวแทนปริภูมิโมเมนตัม, 42, 44
- ตัวแทนมาโยรานา, 166
- ตัวแทนมูลฐาน, 440
- ตัวแทนไวล์, 165, 189–190
- ตัวแทนสเปกตรัมของกาลเลนและลีห์มาน, 302–306, 414–415, 421–422
- ตัวประกอบจากความสมมาตร, 285–286
- ตัวแปรแมนเดลสแตม, 333, 383, 392–393
- ตัวแผ่กระจายของโฟยน์แมน, 153–155, 221, 254
- ตัวเลขกราสมาน, 458, 468
- ทรงกลมมิติสูง, 311
- ทรงไฮเพอร์โบล่า, 271
- ทฤษฎีความโน้มถ่วงยวดยิ่ง, 205, 458–460

- พลังงานลักษณะเฉพาะ, 45–46, 180
- พารามิเตอร์ของชวิงเกอร์, 309, 428
- พิกัดทรงกลมมิติสูง, 311
- พิกัดทั่วไป, 122–124
- โพลาริเซชัน, 241, 376, 379, 381, 446
- เชิงสเกลาร์, 242, 248
- ตามขวาง, 242, 251, 253, 256, 446
- ตามยาว, 242, 248, 446
- โพลาริเซชันสุญญากาศ, 10, 422
- โพลิตรอน, 6–7, 205, 380, 388, 393
- ฟองสุญญากาศ, 285–286
- ฟอร์มแฟกเตอร์, 431
- ฟังก์ชัน n จุด, 11, 261, 278–280, 284, 299, 325, 366–367, 374, 379, 438–439, 465–475
- ฟังก์ชัน 2 จุด, 10, 280–281, 286–288, 298–307, 409, 413–414, 418
- ฟังก์ชัน 3 จุด, 280, 288, 426–433
- ฟังก์ชัน 4 จุด, 288, 322, 331–335
- ฟังก์ชันแกมมา, 312–313
- ฟังก์ชันของกรีน, 76, 92, 98–103, 154, 224, 470
- แบบล่วงหน้า, 91–95
- แบบหน้า, 90–95
- ฟังก์ชันคลื่น, 6–8, 40–42, 98, 103–106, 120–121, 126, 163, 174
- ฟังก์ชันจุดยอด, 10, 319, 323
- ฟังก์ชันเชิงวิเคราะห์, 81–85
- ฟังก์ชันนัล, 122
- ฟังก์ชันนัลก่อกำเนิด, 289, 439
- ฟังก์ชันปีตา, 313
- ฟังก์ชันปีตา (สำหรับแบบจำลองพื้นฐานใหม่), 454
- ฟังก์ชันประพจน์ตัวดี, 21, 25
- ฟังก์ชันลดทอนไม่ได้เชิงอนุภาคเดี่ยว, 301
- ฟังก์ชันหลายค่า, 316–317
- ฟิลิกส์สารควบแน่น, 4, 442
- ฟิลิกส์อนุภาค, 4, 270, 442
- ภาคตัดขวางการกระเจิง, 11, 335, 340–341, 392, 398, 402
- ภาคตัดขวางเชิงอนุพันธ์, 109, 340
- ภาพโรดิงเจอร์, 437
- ภาพอันตรกิริยา, 437
- ภาพไฮเซนเบิร์ก, 437
- มวลบรรทัดฐานใหม่, 279, 294
- มวลเปลี่ยน, 279, 294
- มวลลดทอน, 399
- มอดูลัส, 78
- มุมตัน, 108
- มุมไวน์เบิร์ก, 448
- เมเซอร์ของบริพันธ์, 13, 128
- เมตริก, 12, 55–56, 310
- เมตริกซ์แกมมา, 164
- เมตริกซ์ซีเคเอ็ม, 452
- เมตริกซ์แยงมูม, 256, 452
- เมตริกซ์เพาลี, 448
- เมตริกซ์มวล, 452
- เมตริกซ์เอส, 11
- โมเมนตัมทั่วไป (ดูที่ โมเมนตัมสังยุค)
- โมเมนตัมสังยุค, 9, 128, 130–131, 156–157, 211, 237, 243, 262, 349, 443
- ไม่สามารถจำแนกจากกันได้, 146, 396, 398
- ไม่อาบีเลียน, 440–442
- ยีนยงเชิงลอเรนซ์, 120, 128, 150, 152, 203, 265–267

- สมการเชิงอนุพันธ์สามัญแบบไม่เอกพันธ์, 75
- สมการดิแรก, 6, 164
- สมการไดสัน-ชวิงเกอร์, 11, 261, 282, 295, 366, 370, 470–471
- สมการออยเลอร์-ลากรางจ์, 123
- สมการฮามิลตัน, 129
- สมบัติทวนสลับที่, 171
- สมบัติวัฏจักรของรอยเมทริกซ์, 169
- สมมาตรการไขว้, 395
- สมมาตรทุกส่วน, 146
- สมมาตรภายใน, 440
- สมมาตรยวดยิ่ง, 457
- สลับเปลี่ยน, 181
- ส่วนจริง, 78
- ส่วนจินตภาพ, 78
- สังยุคเชิงซ้อน, 78, 132, 141, 183, 239, 380
- สังยุคดิแรก, 173, 196–197
- สังยุคเฮอร์มิเชียน, 33, 43, 141, 164, 173, 180–184, 452
- สัญกรณ์สแลชของไพล์แมน, 191
- สูตรคอมป์ตัน, 385
- สูตรโคลน์-นิชินะ, 386
- สูตรปริพันธ์โคชี, 84
- สูตรลดรูปแอลเอสแซด, 11, 261, 268–279, 349–363
- หลักการกีดกันของเพาลี, 6, 204
- หลักการแอคชันน้อยสุด, 9, 122
- เหตุภาพ, 90
- เหตุภาพจุลภาค, 149–150
- องศาอิสระ, 4
- อนุกรมบอร์น, 110
- อนุพันธ์โคแวลเรียนต์, 348, 440
- อนุพันธ์แปรผัน, 130
- อนุพันธ์รวม, 122, 125, 136
- อนุภาคโบซอน, 146
- อยู่ในลำดับปกติ, 143, 217, 253
- อันตรกิริยา Yukawa, 451
- อันตรกิริยาอย่างแรง, 439, 447
- อันตรกิริยาอย่างอ่อน, 439, 447
- อาปีเลียน, 440
- เอกลักษณ์กอร์ดอน, 431
- เอกลักษณ์จาคอบี, 48
- เอกลักษณ์วอร์ด, 381
- แอคชัน, 9, 122
- ของนัมบู-โกโตะ, 456
- ของโพรคา, 445
- ของโพลยาคอฟ, 456
- สำหรับทฤษฎีแมกซ์เวลล์อิสระ, 230
- สำหรับทฤษฎีสนามสเกลาร์ที่มีอันตรกิริยาในตัว, 261
- สำหรับทฤษฎีสนามสเกลาร์อิสระ, 125
- สำหรับทฤษฎีสนามสปิเนนอร์อิสระ, 211
- สำหรับแบบจำลองมาตรฐานของฟิสิกส์อนุภาค, 446–453
- สำหรับพลศาสตร์ไฟฟ้าสปิเนนอร์คลาสสิก, 348
- แอมพลิจูดการกระเจิง, 105, 111, 278
- แอมพลิจูดการกระเจิงเชื่อมต่อ, 278
- แอมพลิจูดความน่าจะเป็น, 37
- ฮาดรอน, 447
- ฮามิลโทเนียน, 9
- (ดูเพิ่มเติม ความหนาแน่นฮามิลโทเนียน)
- ฮิกส์โบซอน, 5
- เฮสเซียน, 233
- โฮล, 204



การวิเคราะห์วงจรไฟฟ้า 1

ผู้แต่ง: ผศ. ดร.นิพัทธ์ จันทรมนตร์

ตำราเล่มนี้อธิบายกฎและทฤษฎีต่าง ๆ ที่ใช้วิเคราะห์วงจรไฟฟ้าโดยเรียงเนื้อหาอย่างเป็นลำดับและเป็นเหตุเป็นผล ในแต่ละบทมีตัวอย่างโจทย์ที่แสดงวิธีทำเป็นขั้นตอนซึ่งอธิบายอย่างละเอียดเพื่อให้ผู้อ่านสามารถทำความเข้าใจได้ง่าย รวมทั้งมีแบบฝึกหัดท้ายบทพร้อมคำตอบให้ผู้อ่านได้ฝึกฝนเพื่อเพิ่มทักษะในการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าตำราเล่มนี้มีเนื้อหาครบถ้วนตามที่ระบุโดยสภาวิศวกรสำหรับวิชา Electric Circuits ซึ่งเป็นหนึ่งในกลุ่มวิชาพื้นฐานทางวิศวกรรมในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้าของคณะวิศวกรรมศาสตร์ทุกสถาบันการศึกษา เพื่อให้บัณฑิตศึกษามีคุณสมบัติครบถ้วนในการขอรับใบประกอบวิชาชีพวิศวกรรมควบคุมในแขนงวิศวกรรมไฟฟ้ากำลังและในแขนงวิศวกรรมไฟฟ้าสื่อสาร นอกจากนี้ยังสามารถใช้กับรายวิชาในหลักสูตรอื่นที่เรียนพื้นฐานทางวิศวกรรมไฟฟ้าเช่น วิศวกรรมอุตสาหการ วิศวกรรมเครื่องกล วิศวกรรมเคมี และยังเหมาะกับผู้ที่ต้องการศึกษาด้วยตนเอง



ระบบควบคุม

ผู้แต่ง: ผศ. ดร.มุติตา สงฆ์จันทร์

หนังสือ “ระบบควบคุม” เหมาะสำหรับนิสิตนักศึกษาหรือบุคคลทั่วไปที่สนใจเกี่ยวกับระบบควบคุมเบื้องต้น ภายในเล่มประกอบไปด้วยเนื้อหาสำคัญที่ใช้สำหรับการเรียน การสอนในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า อาทิ การหาฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบ แผนผังบล็อกกราฟการไหลของสัญญาณการควบคุมแบบป้อนกลับ ผลตอบสนองของระบบอันดับหนึ่งและอันดับสอง วิธีทดสอบความมีเสถียรภาพของระบบ ทางเดินรากแผนภาพโพลเด แต่ละบทมีตัวอย่างการวิเคราะห์โจทย์และแบบฝึกหัดท้ายบทมากกว่าร้อยข้อ รวมทั้งการใช้คำสั่งโปรแกรม MATLAB ในการวิเคราะห์ระบบควบคุมในทุกบทอีกด้วย



อุณหพลศาสตร์ ว่าด้วยหลักการโครงสร้างและกระบวนการทันสมัย

ผู้แต่ง: รศ. ดร.บุรินทร์ กำจัดภัย

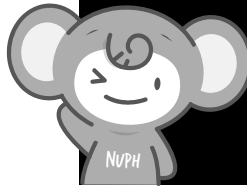
เปิดประตูสู่กระบวนการทันสมัย ทางอุณหพลศาสตร์ แผนที่จะช่วยเราไม่หลงทางและช่วยให้เห็นภาพรวมของภูมิประเทศ ภูมิประเทศแห่งวิทยาศาสตร์นั้นกำหนดโดยธรรมชาติมันจึงมีความงามแฝงเร้นในทุกซอกส่วนหนังสือเล่มนี้



☎ 0 5596 8833-8836

f สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยนเรศวร

✉ nuph@nu.ac.th



หนังสือแนะนำ



250 บาท

ทฤษฎีตัวแทนของกรุปจำกัด

ผู้แต่ง: รศ. ดร.กิจติ รอดเทศ

“ทฤษฎีตัวแทน มีประโยชน์ในวงกว้างทั้งทาง ด้านคณิตศาสตร์และทางด้านวิทยาศาสตร์แขนงต่าง ๆ ตำรา เล่มนี้มุ่งหวังอธิบายทฤษฎีตัวแทนของกรุปจำกัดโดยใช้ความรู้ พื้นฐานทางพีชคณิตเชิงเส้นและทฤษฎีกรุปเบื้องต้นอีกทั้ง มุ่งเน้นให้เห็นถึงแรงจูงใจในการนิยามสิ่งต่าง ๆ อย่างเป็น ธรรมชาติ และบทประยุกต์ทางทฤษฎีกรุปที่โดดเด่น”



380 บาท

คณิตศาสตร์ประกันชีวิตเบื้องต้น

ผู้แต่ง: ผศ. ดร.ชัยรัตน์ มदनาค

คณิตศาสตร์และสถิติเป็นหัวใจหลักของ อุตสาหกรรมประกันภัย การทำประกันเป็นข้อตกลง ระหว่าง “ผู้เอาประกัน” กับ “ผู้ให้ประกัน” โดยมี “กรมธรรม์” เป็นพันธสัญญาที่ระบุว่าผู้เอาประกันต้อง จ่ายเบี้ยประกันเท่าใด และจะได้รับผลประโยชน์ใดบ้าง ซึ่งรายละเอียดต่าง ๆ ที่ระบุจะไม่สามารถแก้ไขได้หลังจาก เซ็นสัญญาร่วมกันแล้ว สิ่งสำคัญที่สุดในกรมธรรม์ คือ เบี้ยประกันเรียกเก็บและเงินผลประโยชน์ ซึ่งจะต้องมีการ คำนวณ อย่างรอบคอบโดยใช้หลักสถิติและคณิตศาสตร์ ที่สำคัญ หนังสือเล่มนี้ รวบรวมหลักคณิตศาสตร์ และสถิติพื้นฐานที่เกี่ยวข้องเพื่อเป็นประโยชน์ต่อการ ต่อยอด องค์ความรู้ให้กับผู้อ่าน โดยหลักประกันภัยใน การประกันชีวิตเพียงอย่างเดียว



230 บาท

ทฤษฎีการคำนวณ

รูปแบบการคำนวณและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

ผู้แต่ง: รศ. ดร.พงศ์พันธ์ กิจสนาโยธิน

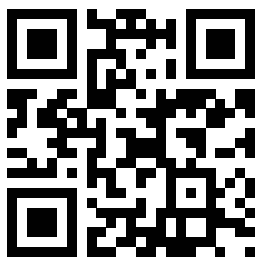
ทฤษฎี มีความสัมพันธ์โดยตรงกับการปฏิบัติ การศึกษาทฤษฎีการคำนวณจึงมีส่วนสำคัญในการเข้าใจ การทำงานของคอมพิวเตอร์โดยทั่วไป เราจะคิดว่า คอมพิวเตอร์เป็นเครื่องจักรที่มีความซับซ้อนและมีการ ทำงานยุ่งยาก ดังนั้นเมื่อต้องการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนด้วย เครื่องมือที่ซับซ้อนจึงเป็นเรื่องไม่ง่ายหนังสือเล่มนี้ นำเสนอรูปแบบที่เข้าใจง่าย ไม่ซับซ้อนสำหรับการอธิบาย การทำงานของคอมพิวเตอร์เพื่อใช้ในการกำหนดวิธีการ ในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนรวบรวมเนื้อหาเรื่องรูปแบบ การคำนวณและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง ประกอบด้วยเครื่อง สถานะจำกัด นิพจน์พื้นฐาน ไวยากรณ์ที่ไม่มีบริบท เครื่องสถานะจำกัดแบบต้นลง และเครื่องจักรทัวริง แต่ละเนื้อหาจะอธิบายทฤษฎีที่เกี่ยวข้องพร้อมทั้ง การพิสูจน์ทฤษฎี ตัวอย่างของปัญหา และแนวคิดวิธีการ แก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ



สำนักพิมพ์
มหาวิทยาลัยนเรศวร

สั่งซื้อหนังสือออนไลน์

จัดส่งถึงบ้านสะดวกรวดเร็ว



สั่งซื้อทันที

กรณีต้องการสั่งซื้อหนังสือปริมาณมาก หรือเข้าชั้นเรียนติดต่อได้ที่
ฝ่ายจัดจำหน่ายสำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยนเรศวร

✉ nuph@nu.ac.th

📘 สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยนเรศวร

☎ 0 5596 8833-8836

🐦 [nu_publishing](https://www.facebook.com/nu_publishing)



NUPH
online store

www.nupress.grad.nu.ac.th